



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Validade das aproximações 2D e 2,5D na interpretação magnética usando
prismas verticais justapostos**

JOZINEI FERREIRA LOPES

Belém - Pará
2019

JOZINEI FERREIRA LOPES

Validade das aproximações 2D e 2,5D na interpretação magnética usando prismas verticais justapostos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Modelagem e Inversão de dados geofísicos

Linha de Pesquisa: Incorporação de vínculos no problema geofísico inverso

Orientadora: Dra. Darciléa Ferreira Santos

Belém - Pará
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L864v Lopes, Jozinei Ferreira
Validade das aproximações 2D e 2,5D na interpretação magnética usando prismas verticais justapostos / Jozinei Ferreira Lopes. — 2019.
49 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^a. Dra. Darcicléa Ferreira Santos
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Magnetometria. 2. Modelagem. 3. Inversão. I. Título.

CDD 622.15

JOZINEI FERREIRA LOPES

Validade das aproximações 2D e 2,5D na interpretação magnética usando prismas verticais justapostos


Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Data de aprovação: 28 de março de 2019.

Banca Examinadora:


Prof. Dr.ª Darciléa Ferreira Santos (Orientadora)
Universidade Federal do Pará


Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva
Universidade Federal do Pará


Dr. Williams Almeida Lima
Observatório Nacional

Aos meus pais e meu filho

AGADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Francisco Lopes e Maria Ferreira (in memoriam), pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

À Darliene Prata pelo apoio e incentivo de sempre e principalmente pela compreensão. Agradeço em especial ao nosso filho Adryan Lopes. Amo-te filho.

Aos meus amigos Pablo Henrique e Jorge Kamassury, pelo apoio e incentivo nessa mais de uma década de amizade.

À Mauriceia Colares, pelo suporte, estímulo e pelos conselhos.

À Professora Dra. Darcicléa Ferreira Santos, por sua enorme paciência, orientação, apoio, disponibilidade e principalmente por acreditar na minha capacidade, buscando sempre a melhor forma de partilha de conhecimentos.

Aos amigos mestrandos, especialmente a Daniele Monteiro, que durante esta caminhada sempre me apoiou, aconselhou e incentivou na conclusão de curso, Danilo da Silva e Eliane Cardoso, pelas conversas, pelas trocas de experiências, pelos conselhos e pelos momentos divertidos durante nossos cafés e passeios. Com vocês me senti em casa.

RESUMO

Destacamos um efeito magnético indesejável que aparece na modelagem 2D ou 2,5D de fontes magnéticas verdadeiras devidas ao conjunto de prismas 2,5D ou 2D, respectivamente. Presumimos que o pacote sedimentar pode ser aproximado por um conjunto de prismas magnéticos 3D verticais justapostos, magnetizados negativamente, ao longo do perfil de observações (eixo x), cujas dimensões ao longo da direção y são as mesmas para cada teste específico, mas pode variar de um teste para outro. Deste modo, o mesmo modelo computacional pode simular fontes magnéticas 2D, 2,5D e 3D, não apenas as fontes verdadeiras, mas também os modelos interpretativos presumidos. Os topos destes prismas estão organizados na superfície terrestre e as espessuras dos prismas são os parâmetros a serem estimados. Empregamos o método Gradiente Espectral Projetado (SPG) para inverter as anomalias magnéticas sintéticas ao longo de um perfil, produzindo uma estimativa do relevo do embasamento magnético. As soluções são estabilizadas por meio do funcional de regularização de Tikhonov de ordem 1. As interpretações magnéticas produzem efeitos espúrios anormais quando interpretamos fontes 2,5D e 3D com um modelo interpretativo consistindo de um conjunto de prismas 2D justapostos. Estes efeitos espúrios pioram: com a profundidade da fonte verdadeira e com a diferença entre as extensões das fontes verdadeiras e as extensões presumidas das fontes simuladas ao longo do eixo y (perpendicular ao perfil de dados magnéticos).

Palavras-chaves: Magnetometria, modelagem, inversão.

ABSTRACT

We point out an undesirable magnetic effect which shows up in modeling 2D or 2.5D true sources through a set of juxtaposed 2.5D or 2D prisms, respectively. We assume that the sedimentary pack can be approximated by a set of vertical, negatively magnetized, 3D prisms juxtaposed along the observation profile (x -axis), and whose dimensions along the y -direction are the same for each particular test, but may vary from one test to another. In this way, the same computational model can simulate 2D, 2.5D, and 3D sources, not only the true sources, but also to the assumed interpretation models. The top of these prisms are set at the earth surface, and the prisms thicknesses are the parameters to be estimated. We employed the *Spectral Projected Gradient* (SPG) method to invert synthetic magnetic anomalies along a profile, obtaining an estimate of the magnetic basement relief. The solutions were stabilized through the Tikhonov regularization function of order 1. The magnetic interpretations produced abnormal spurious effects when interpreting 2.5D or 3D sources with an interpretation model consisting of a set of 2D juxtaposed prisms. These spurious effects worsen: with the depth of the true source and with the difference between the true source and the assumed sources extensions along the y -axis (perpendicular to the magnetic data profile).

Keywords: Magnetometry, modeling, inversion.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Ilustração da geometria do prisma reto retangular (adaptado de Kunaratnam, 1980).....	5
2.2	Ilustração da seção de um prisma reto retangular (adaptado de Kunaratnam, 1980).....	6
2.3	(a) Anomalia magnética de campo total devida (b) ao relevo do embasamento de uma bacia sedimentar.	7
2.4	(a) Ilustração esquemática da localização do perfil de anomalias magnéticas (Figura 2.2a) e do modelo interpretativo formado por um conjunto de prismas 3D que são alongados na direção y e justapostos ao longo da direção x (adaptado Barbosa et al. 1997). (b) Seção esquemática do modelo interpretativo, localizado no perfil (a), formado por um conjunto de M prismas retangulares de espessuras p_j	8
3.1	Anomalias magnéticas de campo total devidas a dois prismas retangulares verticais justapostos (a e b) de diferentes extensões dos lados dos prismas paralelos ao eixo y : infinito (linha preta), 4000 km (pontos lilás), 15 km (linha azul) e 4000 km (linha vermelha). (c) Funções de similaridades e (d) rms devidas às anomalias magnéticas dos prismas de lados infinitos em relação às anomalias magnéticas do conjunto de prismas 3D cujos comprimentos dos lados paralelos ao eixo y são: 4 km (ponto vermelho), 15 km (ponto azul) e 4000 km (ponto lilás).....	13
3.2	Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 1	16
3.3	Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 1 em relação às anomalias magnéticas devidas a três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$	17
3.4	Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 2	18

3.5	Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 2 em relação às anomalias magnéticas de três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$	19
3.6	Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 3	20
3.7	Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 3 em relação às anomalias magnéticas de três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$	21
3.8	Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$. Profundidades máximas dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l)	24
3.9	Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e teóricas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.8.....	25
3.10	Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$. Profundidades máximas dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l)	26
3.11	Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e ajustadas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.10	27
3.12	Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 0^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$. Profundidades máximas dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l)	28
3.13	Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e ajustadas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.12	29

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	5
2.1	ANOMALIAS MAGNÉTICAS DOS PRISMAS 2D E 3D	5
2.2	MODELAGEM DO AMBIENTE GEOLÓGICO	7
2.3	DETERMINAÇÃO DO RELEVO DO EMBASAMENTO MAGNÉTICO	9
3	ANÁLISE DOS RESULTADOS DE DADOS SINTÉTICOS	12
3.1	MODELAGEM DE PRISMAS 2D E 2,5D	12
3.2	MODELAGEM DA INTERFACE MAGNÉTICA	14
3.2.1	Ambiente simulado 1	15
3.2.2	Ambiente simulado 2	17
3.2.3	Ambiente simulado 3	19
3.2.4	Inversão de dados magnéticos	22
3.3	EFEITO DA EXTENSÃO HORIZONTAL DOS PRISMAS PARALELA AO EIXO y NA MODELAGEM MAGNÉTICA	30
3.4	EFEITO DOS ÂNGULOS I_j E D_j NA MODELAGEM MAGNÉTICA	30
3.5	EFEITO DA PROFUNDIDADE NA MODELAGEM MAGNÉTICA	31
3.6	DISCUSSÃO	31
4	CONCLUSÃO	33
	REFERÊNCIAS	34

1 INTRODUÇÃO

O método magnético tem sido amplamente empregado tanto na prospecção mineral como na prospecção de petróleo e de água subterrânea (e.g. Roy et al., 2000; Johnson et al., 2001, Hewaidy et al., 2015). Interpretações qualitativas e semiquantitativas foram desenvolvidas desde a década de 1940, baseadas fortemente no conceito de filtros digitais, com a finalidade de, entre outras, separar anomalias de diferentes dimensões e profundidades (e.g. Zurflueh, 1967; Syberg, 1972) e realçar as bordas das fontes causadoras e lineamentos associados a falhas e demais estruturas lineares (e.g. Henderson e Zietz, 1949; Cordell e Grauch (1985).

As interpretações quantitativas, por sua vez, empregaram durante as décadas de 1960 a 1980, a abordagem conhecida como Método da Seleção (Tikhonov e Arsenin, 1977), em que, para obter informação quantitativa sobre posição e dimensões de fontes anômalas, um modelo isolado com forma geometricamente simples e predefinida pelo intérprete, é postulado a priori com base em informação geológica existente. Esta modalidade de interpretação consiste em estimar a posição e a extensão do corpo anômalo estudado, encontrando os parâmetros definidores do modelo interpretativo (e.g. raio de uma esfera, lado de um cubo, etc.) que produzem uma anomalia magnética que melhor se aproxima da anomalia real observada (e.g. Grant e West, 1965; Johnson, 1969; Whitehill, 1973). As soluções não são estabilizadas, mas como os modelos são simples, isolados e definidos por poucos parâmetros, a instabilidade existente ou não é notada ou é discretamente mencionada (e.g. Johnson, 1969; Whitehill, 1973).

Com o desenvolvimento de magnetômetros mais sensíveis houve a tentativa de adequação dos modelos interpretativos vigentes a fontes magnéticas ainda isoladas, mas com formas geométricas mais complexas (e.g. Pedersen, 1977; Coles, 1976; Bhattacharyya, 1980; Silva e Hohmann, 1983). Nesta fase, assim como na anterior, a instabilidade não é formalmente controlada, mas frequentemente reconhecida (e.g. Whitehill, 1973). Ações para conter a instabilidade são também baseadas em forte conhecimento a priori sobre a geometria dos corpos anômalos (e.g. Johnson, 1969; Pedersen, 1977). Em geral, a recomendação vigente era estabelecer uma aproximação inicial presumivelmente bem próxima da fonte verdadeira e manter, durante o processo inverso iterativo, correções pequenas nos parâmetros que definem o modelo interpretativo até a anomalia ser explicada dentro da precisão experimental.

Apesar do fato de o método da regularização de Tikhonov haver sido formulado e reportado no início da década de 1960 (Tikhonov, 1963), ele só começou a ser amplamente conhecido com a sua publicação em inglês no final da década de 1970 (Tikhonov e Arsenin, 1977). Na prática, fora da então União Soviética, a regularização começou a ser amplamente empregada na Geofísica no final da década de 1980 (e.g. Constable et al., 1987). O crescente uso e aceitação do método de regularização de Tikhonov (Tikhonov e Arsenin, 1977) condicionaram uma mudança global nos modelos interpretativos empregados até então. Os modelos, a partir de então, deveriam permitir a estimação da variação espacial de uma mesma grandeza física. Eles passaram a ser amplamente empregados em todos os métodos geofísicos: método sísmico (e.g. Abubakar et al., 2003), métodos eletromagnéticos (e.g. deGroot-Hedlin e Constable, 1990), método magnético (e.g. Li e Oldenburg, 1996) e método gravimétrico (e.g. Li e Oldenburg, 1998).

Nos casos dos métodos gravimétrico e magnético a propriedade física (respectivamente, densidade e susceptibilidade magnética) foi a grandeza física adotada para compor o novo modelo interpretativo voltado à prospecção mineral (e.g. Last e Kubik, 1983; Guillen e Menichetti, 1984; Barbosa e Silva, 1994; Silva e Barbosa, 2006; Barbosa e Silva, 2006). No caso exclusivo do método gravimétrico, um outro modelo interpretativo, voltado à prospecção de petróleo já vinha sendo usado desde a década de 1960. Esse modelo é composto por prismas verticais 2D, 2,5D ou 3D justapostos, com contrastes de densidade conhecidos e cujas espessuras são os parâmetros a ser determinados (e.g. Bott, 1960; Corbató, 1965; Cordell, 1973; Chakavarthi e Sundararajan, 2006; Barbosa et al., 1997).

Em contraste, os métodos clássicos de inversão têm sido muito pouco empregados na interpretação magnética voltada à prospecção de petróleo. Primeiro, houve o ressurgimento dos métodos semiquantitativos de interpretação, baseados em operações de filtragem como o sinal analítico, as derivadas horizontais e verticais e as derivadas do ângulo do TILT (Hsu et al., 1996; Verduzco et al., 2004; Salem et al., 2008). Tais métodos são essencialmente voltados ao mapeamento, no plano horizontal, de falhas e bordas de fontes isoladas. Este ressurgimento foi alavancado pelo desenvolvimento de magnetômetros mais sensíveis, bem como pelo advento, na década de 1990, de sistemas de posicionamento mais precisos (GPS).

Além disso, a deconvolução de Euler tem sido extensivamente aplicada (ainda que erroneamente) para estimar profundidades de um embasamento cristalino sobreposto por camadas sedimentares ou cobertura oriunda de processos de intemperismo. A deconvolução de Euler foi criada sob as premissas que i) as fontes causadoras são pontuais, equivalentes,

rasas e isoladas, e, ii) ela não deve ser aplicada a anomalias interferentes. Reid et al. (2014), explicitamente consideram a deconvolução de Euler inaplicável a problemas tais como a definição de uma superfície ondulante profunda como o relevo do embasamento de uma bacia sedimentar. Não obstante, o método vem sendo ampla e inadequadamente empregado em bacias sedimentares (e.g. Williams et al., 2005; Martelet et al, 2013; Opara et al., 2015). A nuvem de estimativas em diversos níveis de profundidade (decorrentes exclusivamente de efeitos espúrios devido à inadequação do método) vem sendo erroneamente interpretada como provenientes de fontes magnéticas reais regionais, como o embasamento de bacias sedimentares, e fontes residuais como intrusões de rochas máficas no pacote sedimentar.

Finalmente, estimativas de fontes magnéticas, tanto rasas como profundas têm sido também incorretamente obtidas através da aplicação incorreta do método de Spector e Grant (1970) como em Kivior et al., (2012). Foss et al. (2004) alertaram que *“métodos espectrais são baseados no artigo de Spector e Grant (1970) no qual é proposto que, para uma grande população de fontes magnéticas, as variações de profundidade podem ser mapeadas estatisticamente com base no espectro de potência das anomalias magnéticas. Entretanto, este método tem sido injustificavelmente estendido para o caso de anomalias individuais”*. Em outras palavras, o método de Spector e Grant (1970) estima *parâmetros médios* de um conjunto de fontes prismáticas e não *estimativas pontuais* de profundidades de fontes isoladas *pertencentes* a um conjunto de fontes prismáticas.

Abordagens corretas na interpretação magnética quantitativa têm sido adotadas tanto na interpretação de fontes isoladas (e.g. Fedi, 1990) como de fontes complexas, causadoras de anomalias interferentes. Neste caso, o procedimento invariavelmente adotado é o da modelagem interativa 2D (Khalil et al., 2016) ou 2,5D (Johnson, 1999; Garcia-Abdeslem et al., 2001).

Em notório contraste com a profusão de abordagens (corretas e incorretas) acima descritas, as aplicações da teoria da inversão ao mapeamento do relevo magnético de embasamentos 2D ou 2,5D voltado à prospecção de petróleo (neste caso, empregando o modelo interpretativo de prismas justapostos cujas espessuras são os parâmetros a ser determinados) são pouquíssimas. Exemplos são: Radhakrishna Murthy (1990) que apenas apresenta um programa de computador, mas não inclui um único exemplo usando dados sintéticos, Nunes et al. (2008), Rao e Annapurna (2016).

Esta constatação é intrigante, uma vez que interpretações 2D usualmente são tão ou mais abundantes que as 3D haja vista a sua simplicidade, rapidez e desempenho em geral

satisfatório. Igualmente curioso é o fato de todos os raros artigos que empregam inversão magnética 2D, usando modelo de prismas justapostos, relatarem a introdução de informação a priori sobre a profundidade média do relevo do embasamento (e.g. Radhakrishna Murthy, 1990; Rao e Annapurna, 2016), informação essa que não é necessária, por exemplo, nem em interpretações 3D que são mais complexas e potencialmente mais ambíguas que as interpretações 2D e 2,5D. Esse fato indica que, diferentemente do caso gravimétrico, no caso magnético pode haver uma grande discrepância entre as anomalias magnéticas produzidas por conjuntos de prismas 2D e 2,5D justapostos, a ponto de o problema inverso necessitar da informação a priori sobre o nível médio das fontes. Esta evidência é reforçada com os resultados reportados por Nunes et al. (2008) que não empregam prismas 2D verticais justapostos como modelo interpretativo, mas um único corpo 2D com seção poligonal.

Nesta dissertação, apresentamos uma explicação para as grandes discrepâncias que podem ocorrer entre anomalias magnéticas de prismas 2D e 2,5D justapostos, que até então nunca foram explicitamente reportadas nem justificadas. Adicionalmente, constatamos que tais discrepâncias são basicamente causadas e acentuadas pela diferença entre a dimensão do corpo verdadeiro (causador da anomalia) na direção perpendicular ao perfil dos dados e a correspondente dimensão presumida na definição do modelo interpretativo. Além disso, evidenciamos que tal discrepância é acentuada com a profundidade da fonte verdadeira.

2 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Apresentamos nesta seção os principais fundamentos teóricos que integram o método de investigação para análise de interpretações magnéticas 2D e 2,5D de uma interface magnética, como por exemplo, o emprego de um conjunto de prismas magnéticos verticais justapostos para interpretação da superfície do relevo do embasamento magnético de uma bacia sedimentar. Nesse sentido, descrevemos a seguir (2.1) a obtenção de anomalias magnéticas devidas aos prismas retangulares 3D e 2D, (2.2) a aproximação da superfície do embasamento magnético por um conjunto de prismas magnéticos, (2.3) a formulação do problema de inversão e a obtenção das estimativas das profundidades da interface magnética.

2.1 ANOMALIAS MAGNÉTICAS DOS PRISMAS 2D E 3D

Considere um prisma reto retangular 3D (Figura 2.1) cujos lados são paralelos aos eixos de coordenadas cartesianas com eixo z positivo direcionado para baixo.

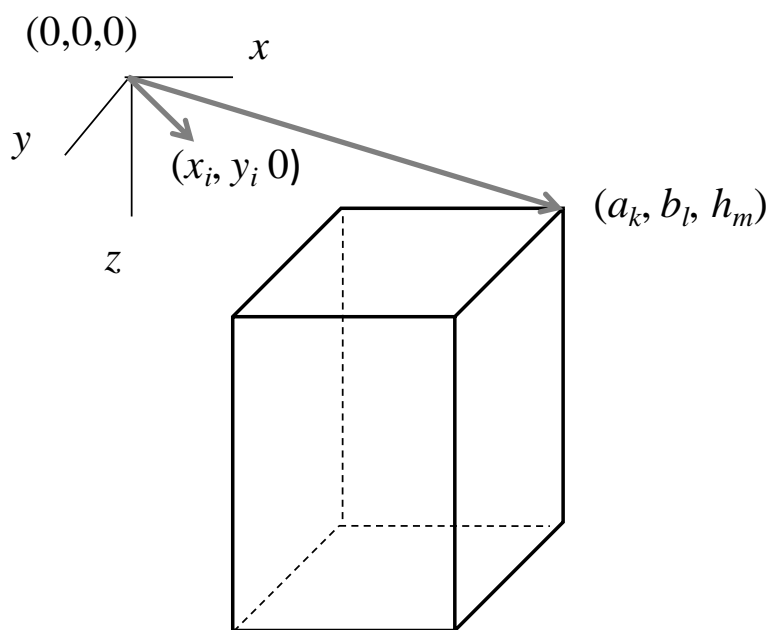


Figura 2.1: Ilustração da geometria do prisma reto retangular (adaptado de Kunaratnam, 1981).

A Figura 2.2 apresenta a seção do prisma 2D que possui lados de dimensões infinitas paralelos ao eixo y .

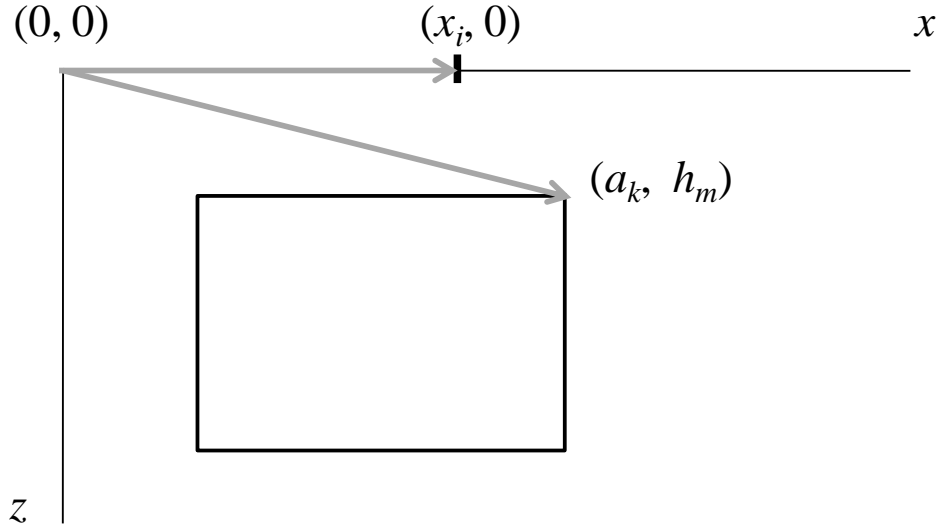


Figura 2.2: Ilustração da seção de um prisma reto retangular (adaptado de Kunaratnam, 1981).

A anomalia magnética de campo total em $(x_i, y_i, 0)$ devida a um prisma 3D (Bhattacharyya, 1964) é dada por

$$F_j \equiv F(x_i, y_i, 0) = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left[G_1 \ln(R_{klm} + \tilde{x}_k) + G_2 \ln(R_{klm} + \tilde{y}_l) \right. \\ \left. + G_3 \ln(R_{klm} + h_m) + G_4 \arctan \frac{\tilde{x}_k h_m}{R_{klm} \tilde{y}_l} + G_5 \arctan \frac{\tilde{y}_l h_m}{R_{klm} \tilde{x}_k} \right], \quad (2.1)$$

e a anomalia magnética de campo total em $(x_i, 0)$ devida ao prisma 2D é dada por

$$F(x_i, 0) = \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^2 \hat{S} \left[-G_2 \ln(\tilde{x}_k^2 + h_m^2) + 2G_5 \arctan \frac{h_m}{\tilde{x}_k} \right], \quad (2.2)$$

em que

$$S = (-1)^{k+l+m}, \quad (2.3)$$

$$\hat{S} = (-1)^{k+m}, \quad (2.4)$$

$$G_1 = J(\cos I_o \sen D_o \sen I_j + \sen I_o \cos I_j \sen D_j), \quad (2.5)$$

$$G_2 = J(\cos I_o \cos D_o \sen I_j + \sen I_o \cos I_j \cos D_j), \quad (2.6)$$

$$G_3 = J(\cos I_o \cos D_o \cos I_j \sen D_j + \cos I_o \sen D_o \cos I_j \cos D_j), \quad (2.7)$$

$$G_4 = J(\sen I_o \sen I_j + \cos I_o \sen D_o \cos I_j \sen D_j), \quad (2.8)$$

$$G_5 = J(\sin I_o \sin I_j + \cos I_o \cos D_o \cos I_j \cos D_j), \quad (2.9)$$

$$R_{klm} = (\tilde{x}_k^2 + \tilde{y}_l^2 + h_m^2)^{1/2}, \quad (2.10)$$

$$\tilde{x}_k = a_k - x, \quad k = 1, 2, \quad \text{para } a_2 > a_1, \quad (2.11)$$

$$\tilde{y}_l = b_l - y, \quad l = 1, 2, \quad \text{para } b_2 > b_1, \quad (2.12)$$

$$h_2 > h_1, \quad (2.13)$$

e (a_k, b_l, h_m) e (a_k, h_m) são vetores cujas coordenadas são os vértices diagonalmente opostos respectivamente dos prismas 3D e 2D, J é a intensidade de magnetização, I_o e D_o são respectivamente a inclinação e a declinação em relação ao eixo norte geomagnético do campo geomagnético e I_j e D_j são a inclinação e a declinação em relação ao eixo norte geomagnético do vetor magnetização do prisma.

2.2 MODELAGEM DO AMBIENTE GEOLÓGICO

Seja \mathbf{t}^o o vetor N -dimensional de anomalia magnética de campo total (Figura 2.3a) coletada ao longo de um perfil paralelo à direção x de uma bacia sedimentar e perpendicular à direção y que coincide com o alongamento da bacia (Figura 2.3b), de um sistema destro de coordenadas cartesianas.

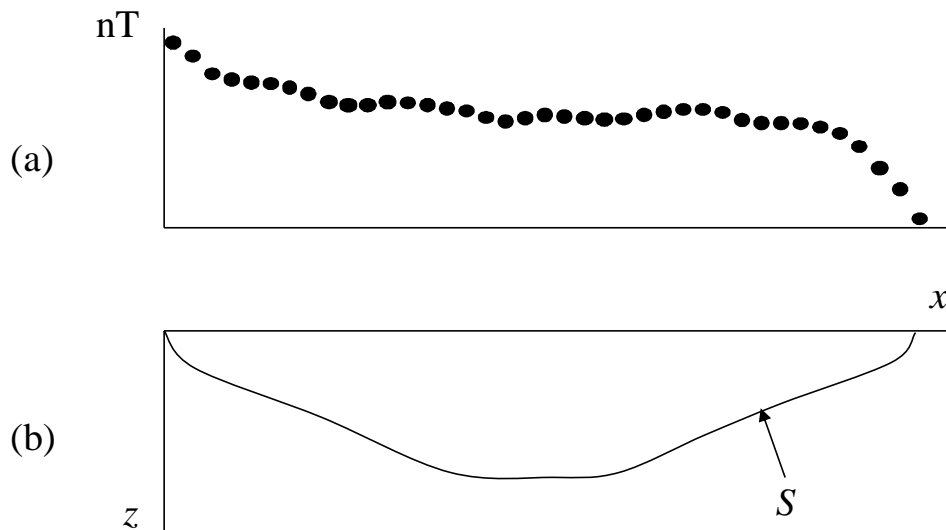


Figura 2.3: (a) Anomalia magnética de campo total devida (b) ao relevo do embasamento de uma bacia sedimentar.

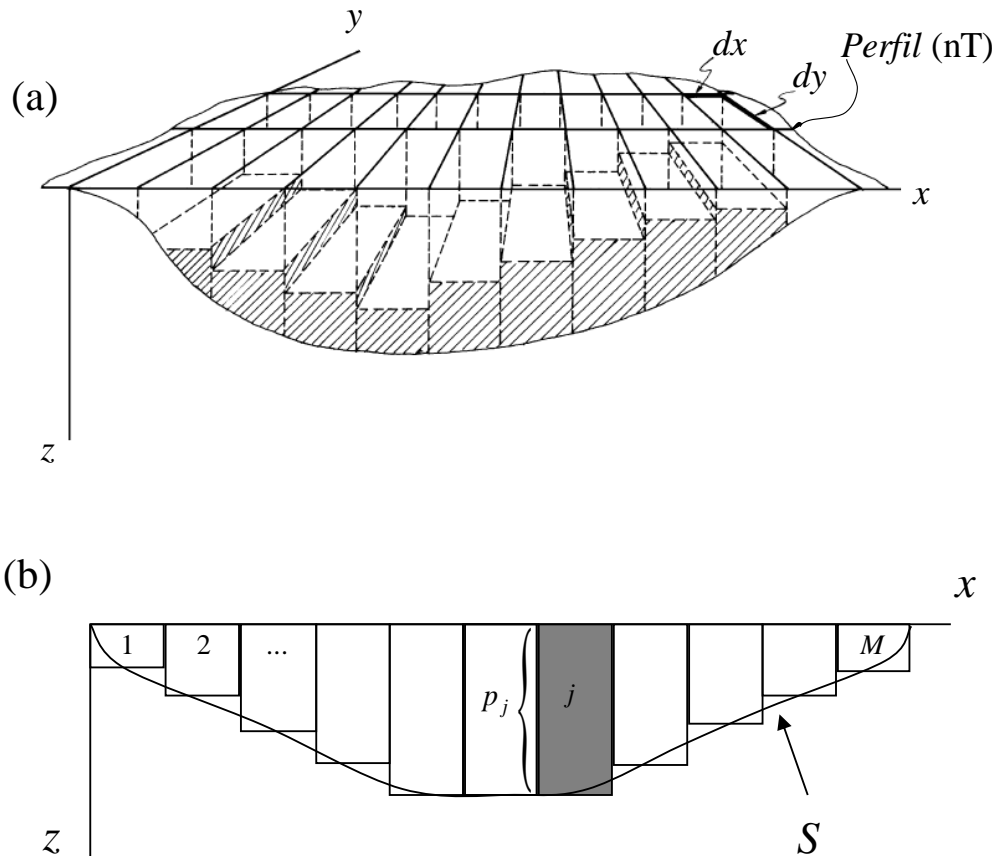


Figura 2.4: (a) Ilustração esquemática da localização do perfil de anomalias magnéticas (Figura 2.3a) e do modelo interpretativo formado por um conjunto de prismas 3D que são alongados na direção y e justapostos ao longo da direção x (adaptado Barbosa et al. 1997). (b) Seção esquemática do modelo interpretativo, localizado no perfil (a), formado por um conjunto de M prismas retangulares de espessuras p_j .

Além disso, presume-se que a bacia sedimentar apresenta

- (i) pacote sedimentar e embasamento livres de intrusões magnéticas ou que seus efeitos foram previamente removidos (Figura 2.3b);
- (ii) embasamento uniformemente magnetizado;
- (iii) topografia do relevo do embasamento suave (superfície S na Figura 2.3b).

Considerando os itens (i) a (iii) pode-se admitir que o pacote sedimentar seja aproximado por um modelo interpretativo consistindo de um conjunto de M prismas retos retangulares justapostos (Figura 2.4b) alongados na direção y , cujo topo de cada prisma está localizado na superfície terrestre e cujo centro do i -ésimo prisma é definido pela seguinte expressão

$$x_i = x_0 + (i - 0,5) * dx, \quad (2.14)$$

em que x_0 é a origem do sistema de coordenadas do modelo interpretativo da bacia sedimentar e dx é o espaçamento constante entre os centros dos prismas adjacentes. As espessuras p_j , $j = 1, 2, \dots, M$, de cada prisma retangular, ordenados no vetor M -dimensional \mathbf{p} , são os parâmetros a serem estimados, descritos na próxima seção.

O modelo interpretativo, Figura 2.4, permite produzir o conjunto de anomalias magnéticas teóricas de campo total cuja anomalia magnética, t_i , gerada na i -ésima posição espacial de medida está ordenada no vetor N -dimensional \mathbf{t} . Neste trabalho, utilizamos uma aproximação das geometrias 2D e 2,5D através de prismas 3D cujos lados paralelos à direção y coincidem com a direção de alongamento da bacia sedimentar.

Os elementos p_j e t_i estão relacionados à anomalia magnética teórica através da relação não linear

$$t_i = \sum_{j=1}^M F_j, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.15)$$

em que F_j é a função não linear, definida na seção 2.1, que produz a anomalia magnética do j -ésimo prisma retangular 3D uniformemente magnetizado de espessura p_j na posição x_i . Nas equações 2.5 a 2.9, I_j e D_j são respectivamente a inclinação e a declinação em relação, respectivamente, ao plano horizontal e ao eixo norte geomagnético do vetor magnetização do j -ésimo prisma.

2.3 DETERMINAÇÃO DO RELEVO DO EMBASAMENTO MAGNÉTICO

As espessuras dos prismas do modelo interpretativo, vetor \mathbf{p} , são usadas para estimar as profundidades da topografia suave do embasamento uniformemente magnetizado (superfície S na Figura 2.4b). Portanto, supondo que o vetor de magnetização seja conhecido a priori, uma solução estável do problema de estimar \mathbf{p} a partir do vetor \mathbf{t}^0 de anomalia magnética de campo total pode ser produzida através do método de regularização de Tikhonov de primeira ordem (Tikhonov e Arsenin, 1977) que consiste em minimizar o funcional

$$\|\mathbf{Rp}\|^2, \quad (2.16)$$

sujeito a

$$\|\mathbf{t}^o - \mathbf{t}(\mathbf{p})\|^2 = \delta, \quad (2.17)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana, δ é uma estimativa de variância do ruído que contamina as anomalias magnéticas e \mathbf{R} é a matriz que representa o operador diferencial discreto de primeira ordem ao longo da direção x , ou seja, é a matriz cujas linhas contêm apenas dois elementos não nulos iguais a 1 e -1, localizados nas colunas correspondentes aos parâmetros adjacentes i e $i+1$. Um exemplo genérico da matriz \mathbf{R} é apresentado na expressão (2.18);

$$\mathbf{R} = \begin{matrix} & & & & i & i+1 & & & & & \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} & \end{matrix}. \quad (2.18)$$

O funcional da expressão (2.16) estabelece que a estimativa do parâmetro definindo a espessura de cada prisma p_j deve ser próxima à estimativa da espessura do prisma adjacente p_{j+1} gerando um grau de suavidade na estimativa do relevo do embasamento. Produzimos a solução das expressões (2.16) e (2.17) via função-pênalti, minimizando o funcional

$$\tau(\mathbf{p}) = \|\mathbf{t}^o - \mathbf{t}(\mathbf{p})\|^2 + \mu \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|^2, \quad (2.19)$$

em que μ é um escalar não negativo, que controla o quão estável e suave é a solução. Quanto maior o valor de μ maior será o grau de suavidade imposto à estimativa do relevo do embasamento.

O problema de minimização da expressão (2.19) não apresenta uma solução explícita para \mathbf{p} e será resolvido, neste trabalho, por meio do algoritmo iterativo SPG - *Gradiente Espectral Projetado* (Birgin et al., 2000) que encontra uma estimativa $\hat{\mathbf{p}}_{k+1}$ estável requerendo em cada iteração apenas os valores de $\tau(\hat{\mathbf{p}}_k)$ e de $\text{grad } \tau(\hat{\mathbf{p}}_k)$ (gradiente de $\tau(\hat{\mathbf{p}}_k)$) em que este último é aproximado por

$$\text{grad } \tau(\hat{\mathbf{p}}_k) \equiv -2\mathbf{A}_k^T (\mathbf{t}^o - \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{p}}_k) + 2\mu \mathbf{R}^T \mathbf{R} \hat{\mathbf{p}}_k, \quad (2.20)$$

sendo \mathbf{A}_k a matriz Jacobiana de dimensão $N \times M$ do vetor de anomalia magnética teórica $\mathbf{t}_k \equiv \mathbf{t}(\hat{\mathbf{p}}_k)$ cujo elemento $\{a_{ij}\}_k$ da matriz \mathbf{A}_k é

$$\{a_{ij}\}_k = \left. \frac{\partial t_i}{\partial p_j} \right|_{p_j = (\hat{p}_j)_k} . \quad (2.21)$$

Ilustramos o relevo do embasamento por meio de uma poligonal cujos vértices são definidos pelos centros das bases dos prismas do modelo interpretativo da Figura 2.4b. Reforçamos que não utilizamos transformação de redução ao polo no conjunto de anomalias magnéticas de campo total, \mathbf{t}^o , a qual pode gerar instabilidade numérica no dado transformado e conseqüentemente delineamentos errôneos do relevo do embasamento.

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DE DADOS SINTÉTICOS

Apresentamos nesta seção os resultados da pesquisa empregando a metodologia de investigação. Avaliamos o desempenho das aproximações do relevo do embasamento magnético 2D e 2,5D calculando a raiz do valor médio quadrático (rms)

$$\text{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i^1 - t_i^2)^2}{N}}, \quad (3.1)$$

e a função de similaridade,

$$S \equiv S(\mathbf{t}^1, \mathbf{t}^2) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^1 t_i^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^N t_i^1 \sum_{i=1}^N t_i^2}}, \quad (3.2)$$

entre as anomalias magnéticas de campo total $\mathbf{t}^1 \equiv t_i^1$ e $\mathbf{t}^2 \equiv t_i^2$, para $i=1, \dots, N$, em que um valor de S próximo de 1 indica grande similaridade entre os perfis de anomalias magnéticas \mathbf{t}^1 e \mathbf{t}^2 . Adicionalmente, para validar as estimativas das profundidades, $\hat{\mathbf{p}}$, do relevo do embasamento, neste trabalho, computamos as rms entre as profundidades dos relevos dos embasamentos magnéticos simulados, \mathbf{p} , e estimados, $\hat{\mathbf{p}}$, adaptando a expressão 3.1 para

$$\text{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (\hat{p}_i - p_i)^2}{M}}. \quad (3.3)$$

3.1 MODELAGEM DE PRISMAS 2D E 2,5D

Inicialmente avaliamos a aplicação das anomalias magnéticas de campo total devidas a prismas magnéticos justapostos 3D para aplicação na modelagem magnética 2D e 2,5D. Realizamos esta análise utilizando dois prismas magnéticos 2D (expressão 2.2) e dois prismas magnéticos 3D (expressão 2.1) com intensidade de magnetização $J = 1 \text{ A/m}$, $I_o = I_j = 45^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$. Para os prisma 2D e 3D atribuímos as mesmas localizações e a mesma extensão horizontal de 10 km ao longo do eixo x . Ambos os prismas 2D e 3D apresentam as mesmas profundidades de 3 km e de 6 km (Figuras 3.1a e 3.1b). Também, estabelecemos que os prismas 3D apresentam mesmo comprimento para os lados paralelos ao eixo y .

Apresentamos nas Figuras 3.1a e 3.1b as anomalias magnéticas de prismas 2D (linhas pretas) e 3D (pontos lilás, linha vermelha e linha azul).

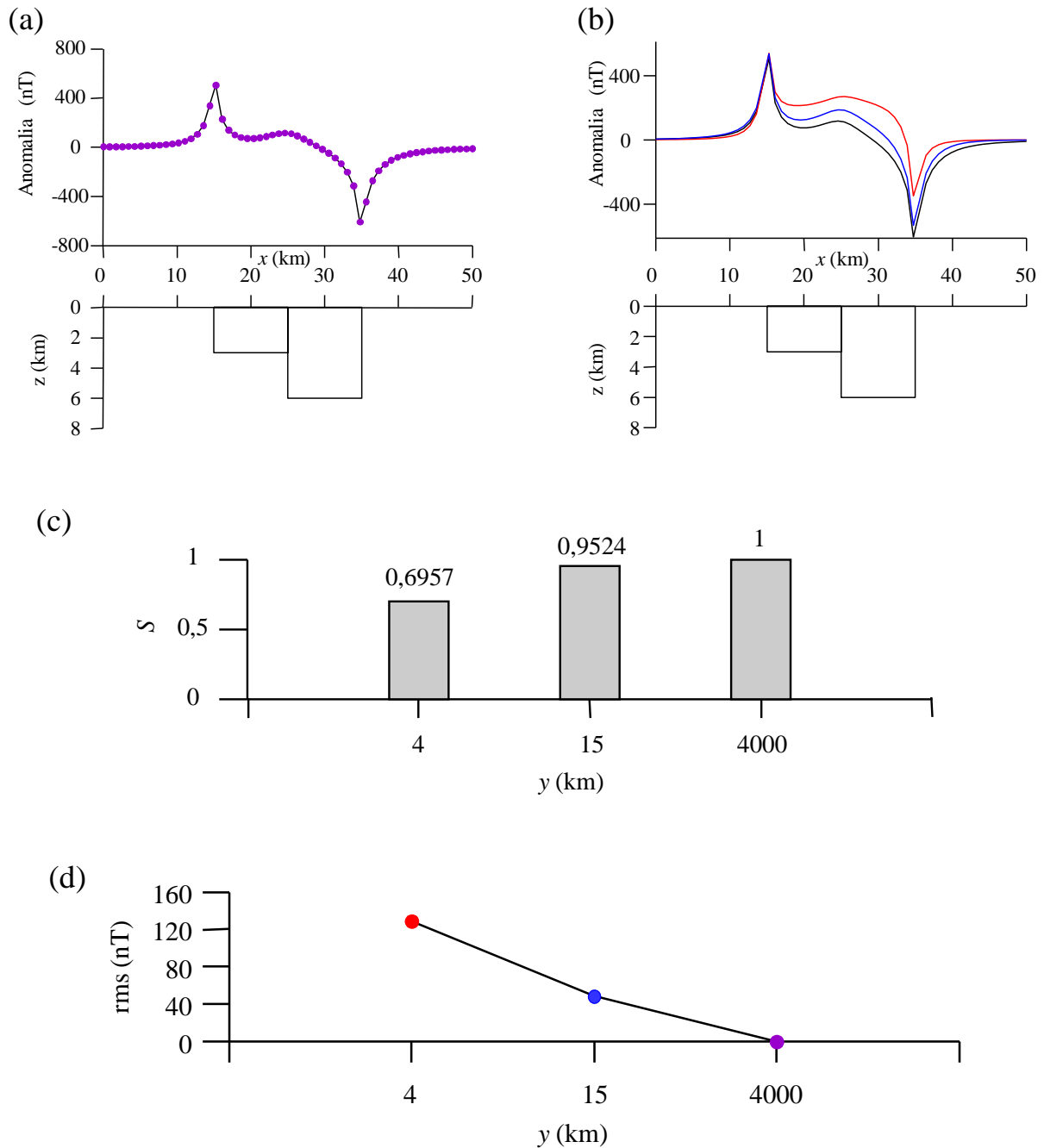


Figura 3.1: Anomalias magnéticas de campo total devidas a dois prismas retangulares verticais justapostos (a e b) de diferentes extensões dos lados dos prismas paralelos ao eixo y : infinito (linha preta), 4000 km (pontos lilás), 15 km (linha azul) e 4000 km (linha vermelha). (c) Funções de similaridades e (d) rms devidas às anomalias magnéticas dos prismas de lados infinitos em relação às anomalias magnéticas do conjunto de prismas 3D cujos comprimentos dos lados paralelos ao eixo y são: 4 km (ponto vermelho), 15 km (ponto azul) e 4000 km (ponto lilás).

A anomalia magnética de campo total (linha preta, Figura 3.1a) devida a prismas magnéticos 2D justapostos, aproxima-se da anomalia dos prismas magnéticos 3D (pontos lilás, Figura 3.1a) de lados paralelos à direção do eixo y e de 4000 km de comprimento produzindo função $S = 1$ entre as anomalias (Figura 3.1c). Além da função de similaridade, calculamos a rms entre as anomalias devidas a estes prismas 2D e 3D de 0,0023 nT (ponto lilás na Figura 3.1d) confirmando a eficácia da aproximação entre as anomalias produzidas por prismas 2D teóricos e aqueles obtidos por prismas 3D com uma extensão muito grande ao longo da direção y .

Exibimos na Figura 3.1b as anomalias magnéticas devidas a prismas que apresentam alongamentos na direção do eixo y de 4 km (linha vermelha na Figura 3.1b) e de 15 km (linha azul na Figura 3.1b) cuja função de similaridade em relação às anomalias magnéticas de prisma 2D são $S = 0,6957$ e $S = 0,9524$, respectivamente (Figura 3.1c). Para estes alongamentos dos prismas 3D na direção y , de 4 km e de 15 km, também calculamos as respectivas rms entre as anomalias dos prismas 2D e 3D de 128,75 nT (ponto vermelho na Figura 3.1d) e de 48,73 nT (ponto azul na Figura 3.1d). Lembrando que perfis de anomalias magnéticas ao longo do eixo x devidas a prismas retos 3D (Figura 2.4a), cujos lados são alongados na direção do eixo y , são idênticos aos perfis de anomalias magnéticas de prismas 2,5D que apresentam as mesmas dimensões dos respectivos prismas 3D. Portanto, podemos afirmar que quanto menor a extensão dos lados dos prismas 2,5D na direção do eixo y menor a proximidade entre as anomalias magnéticas de prismas 2D e 2,5D.

3.2 MODELAGEM DA INTERFACE MAGNÉTICA

Analizamos a modelagem de interfaces magnéticas produzindo três bacias sedimentares simuladas, alongadas de 4 km na direção do eixo y . Com o propósito de verificar a influência de diferentes inclinações (I_o) e declinações (D_o) do campo geomagnético nas modelagens de fontes magnéticas 2D e 2,5D, e, lembrando que o embasamento magnético apresenta apenas magnetização induzida, geramos três perfis de anomalias magnéticas (sem adição de ruído) perpendiculares à direção de alongamento de cada ambiente simulado para

$$I_o = I_j = 40,9^\circ \text{ e } D_o = D_j = -30,6^\circ, \quad (3.4)$$

$$I_o = I_j = 90^\circ \text{ e } D_o = D_j = 0^\circ, \quad (3.5)$$

e

$$I_o = I_j = 0^\circ \text{ e } D_o = D_j = 0^\circ. \quad (3.6)$$

Para todos os testes admitimos que as rochas do embasamento dos três ambientes geológicos são magnetizadas por indução apenas com intensidades constantes de

$$J = 0,9703 \frac{A}{m}, \quad (3.7)$$

e as rochas sedimentares não são magnetizadas.

Na seção 3.1 comprovamos que a modelagem magnética realizada por prismas 3D alongados na direção do eixo y de 4000 km aproxima a modelagem de prismas magnéticos 2D e que as modelagens magnéticas de prismas alongados de 4 km e de 15 km aproximam as modelagens realizadas por prismas magnéticos 2,5D. Assim, empregamos prismas magnéticos 3D alongados para verificar a eficiência da modelagem magnética 2D e 2,5D dos três ambientes simulados. Para cada anomalia magnética sintética destes ambientes calculamos três funções S (expressão 3.2) em relação às anomalias magnéticas devidas a três conjuntos de prismas alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km.

3.2.1 Ambiente simulado 1

O ambiente simulado 1 apresenta 14,62 km de extensão horizontal e aproximadamente 0,5 km de profundidade máxima da superfície do relevo do embasamento (Figura 3.2d). Produzimos os perfis de anomalias magnéticas de campo total aproximando esta bacia por um conjunto de prismas magnéticos justapostos com dimensões paralelos ao eixo x de 0,34 km. Apresentamos nas Figuras 3.2a, 3.2b e 3.2c os três perfis magnéticos sintéticos gerados ao longo do eixo x , deste ambiente simulado devidos a cada direção do vetor magnetização (expressões 3.4 a 3.6). Cada perfil contém 51 observações magnéticas regularmente espaçadas entre si de 0,28 km.

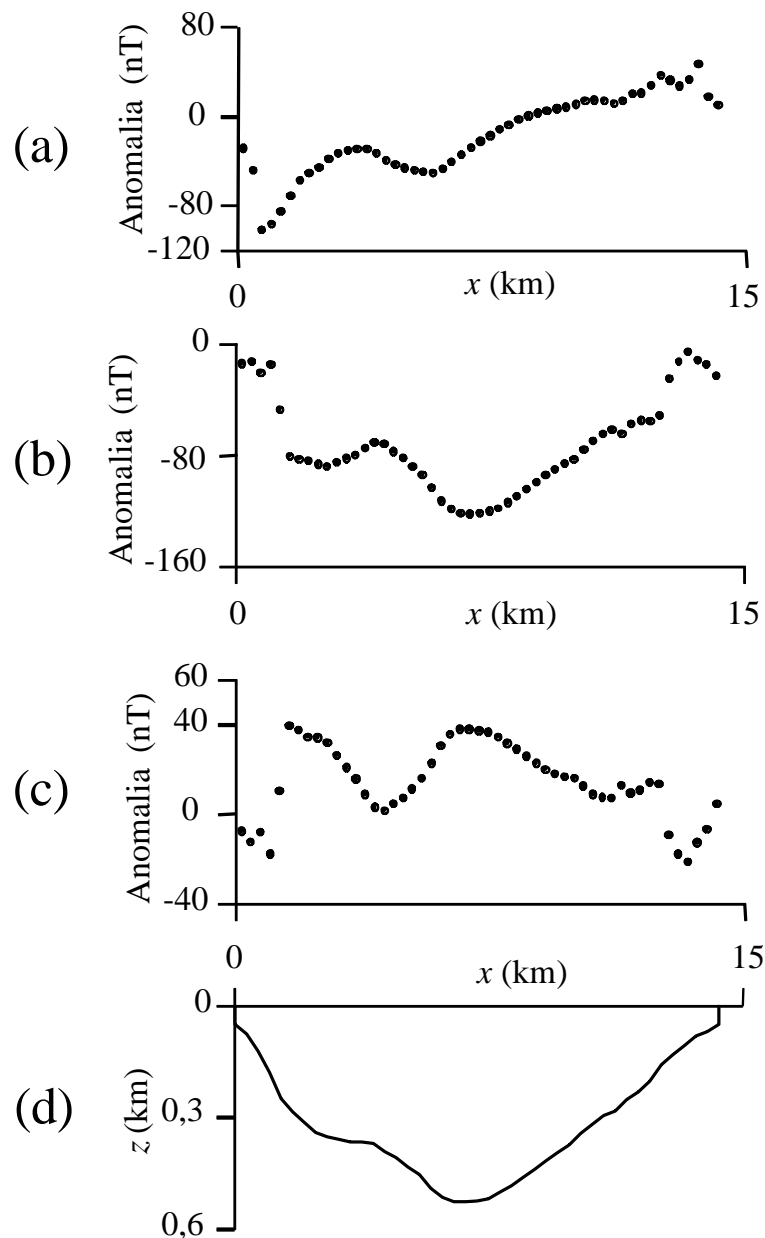


Figura 3.2: Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 1.

As funções S dos três perfis de anomalias magnéticas do ambiente simulado 1 (Figura 3.3) são calculadas em relação às anomalias magnéticas dos conjuntos de prismas 3D que apresentam: (1) mesmas direções do vetor magnetização, (2) mesmos comprimentos dos lados dos prismas paralelos aos eixos x e z deste ambiente simulado (Figura 3.2d) e (3) lados paralelos ao eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km. Notamos que o menor valor de $S = 0,8993$ apresenta uma similaridade aceitável entre as anomalias magnéticas do ambiente 1

e do conjunto de prismas de 4000 km de alongamento para direções do vetor magnetização de $I_j = 40,9^\circ$ e $D_j = -30,6^\circ$.

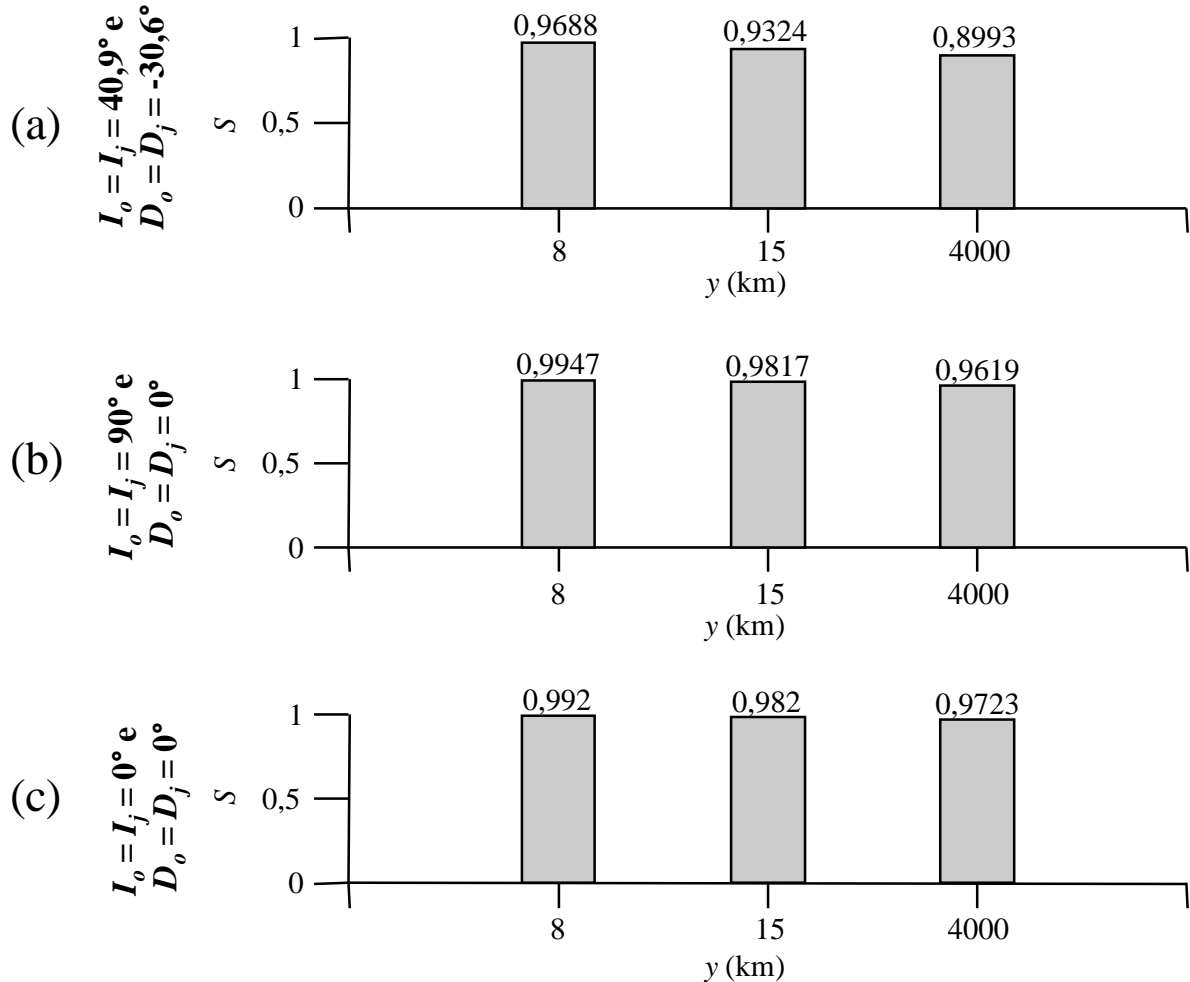


Figura 3.3: Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 1 em relação às anomalias magnéticas devidas a três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$.

3.2.2 Ambiente simulado 2

Este ambiente simulado apresenta 28 km de extensão horizontal e 1 km de profundidade máxima da superfície do relevo do embasamento (Figura 3.4d). Produzimos os perfis de anomalias magnéticas aproximando esta bacia por um conjunto de prismas magnéticos justapostos de lados paralelos ao eixo x de 0,648 km. Os três perfis magnéticos (Figuras 3.4a, 3.4b e 3.4c), gerados ao longo de uma seção perpendicular ao eixo y deste ambiente simulado, são devidas a três direções do vetor magnetização (expressões 3.4 a 3.7),

em que cada perfil (Figura 3.4a, 3.4b e 3.4c) contém 51 observações magnéticas regularmente espaçadas entre si de 0,544 km.

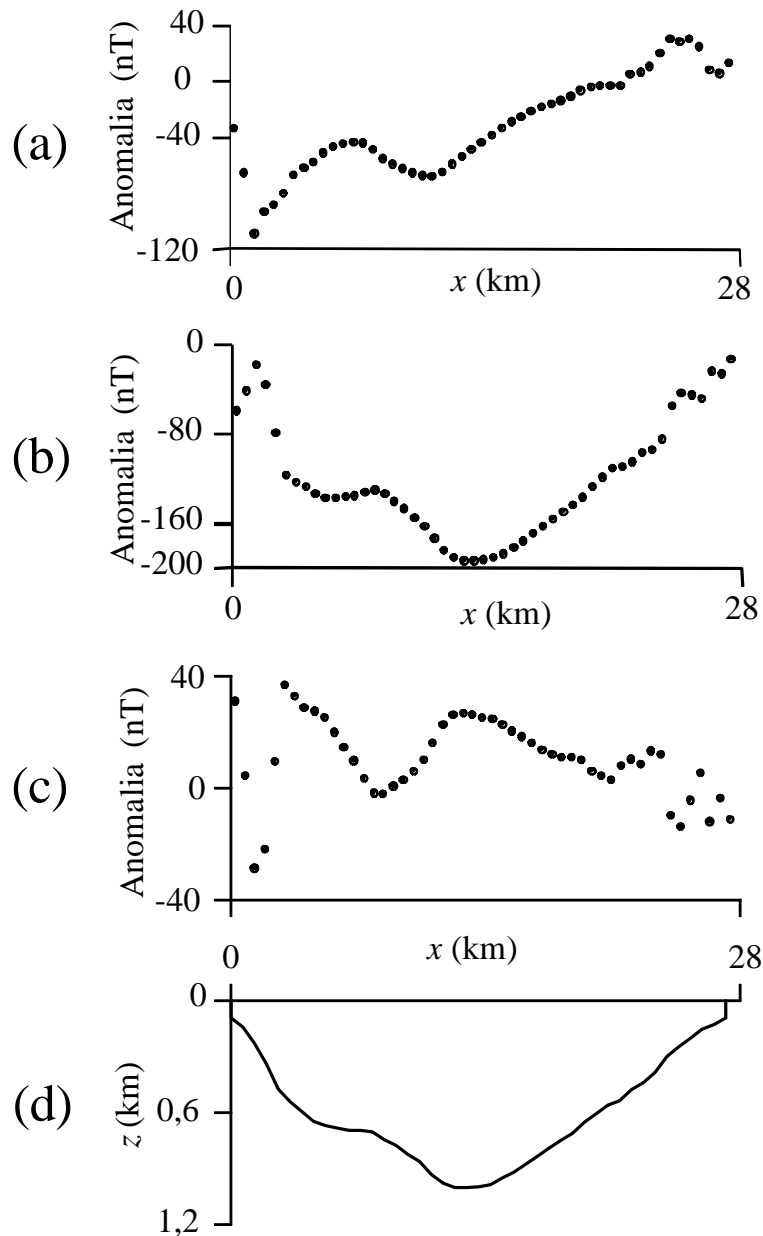


Figura 3.4: Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 2.

As funções de similaridades dos três perfis de anomalias magnéticas do ambiente simulado 2 (Figuras 3.4a, 3.4b e 3.4c) são calculadas em relação às anomalias magnéticas dos conjuntos de prismas 3D que apresentam: (1) mesmas direções do vetor magnetização, (2) mesmos comprimentos dos lados dos prismas paralelos aos eixos x e z deste ambiente

simulado (Figura 3.4d) e (3) lados paralelos ao eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km (Figura 3.5). As menores funções de similaridades, dos três perfis magnéticos, ocorrem para anomalias cujos prismas magnéticos alongados apresentam 4000 km de comprimento. A função $S = 0,7109$, menor valor de S na Figura 3.5, ocorre para prismas magnéticos que apresentam direções de $I_j = 40,9^\circ$ e de $D_j = -30,6^\circ$ do vetor magnetização e alongamento de 4000 km.

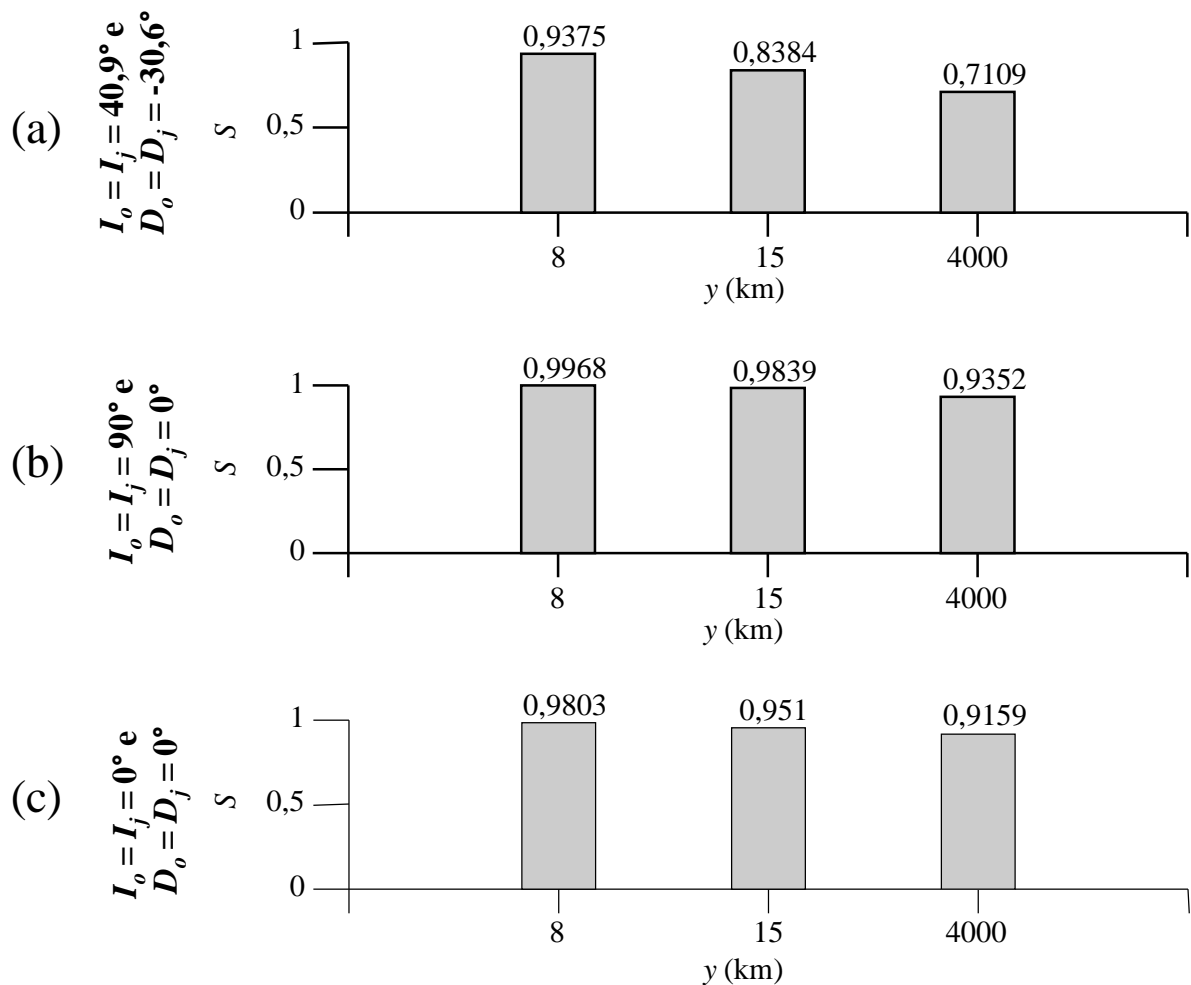


Figura 3.5: Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 2 em relação às anomalias magnéticas devidas a três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$.

3.2.3 Ambiente simulado 3

Por fim, simulamos uma bacia sedimentar de extensão horizontal de 111,37 km e profundidade máxima da superfície do relevo do embasamento de 4 km (Figura 3.6d).

Produzimos os três perfis de anomalias magnéticas (Figura 3.6a, 3.6b e 3.6c), devidas a três direções do vetor magnetização (expressões 3.4 a 3.7), aproximando esta bacia por um conjunto de prismas magnéticos justapostos de lados paralelos ao eixo x de 2,59 km. Cada perfil magnético (Figura 3.6a, 3.6b e 3.6c) contém 56 observações magnéticas regularmente espaçadas entre si de 2 km.

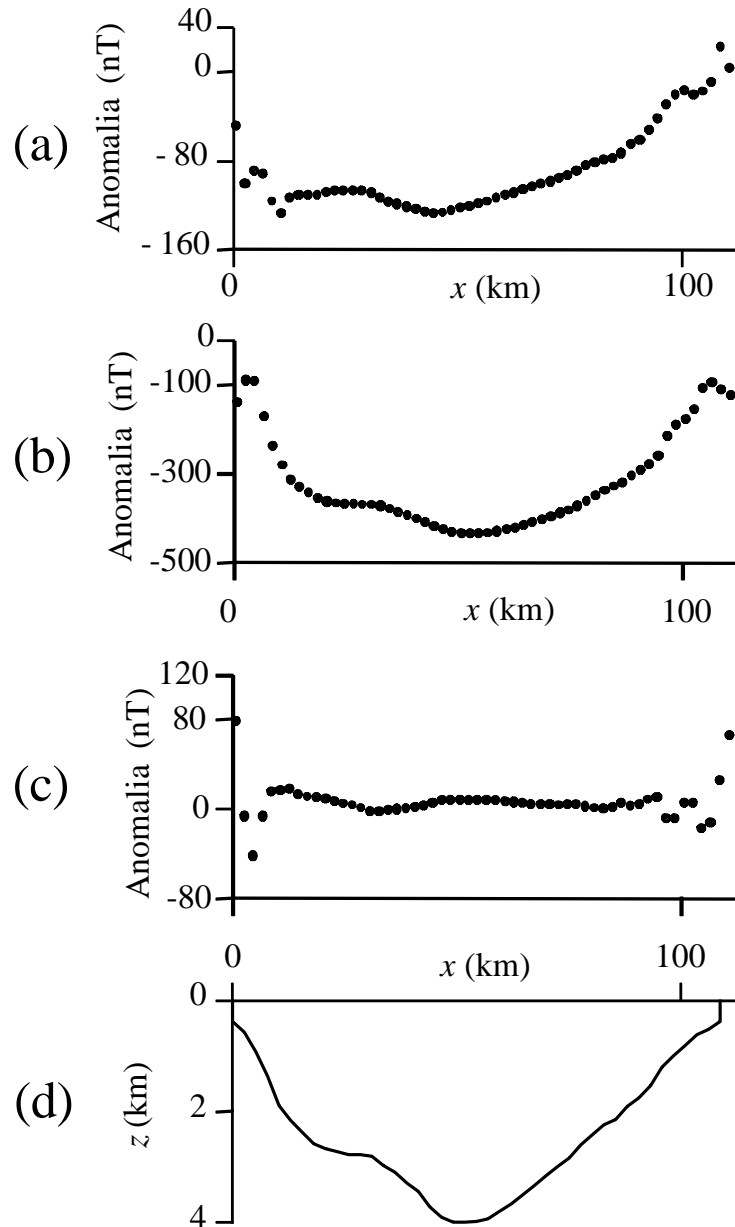


Figura 3.6: Perfis de anomalias magnéticas de campo total para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ devidos ao (d) relevo do embasamento magnético do ambiente simulado 3.

Apresentamos as funções de similaridades S das anomalias magnéticas sintéticas do ambiente simulado 3 (Figuras 3.6a, 3.6b e 3.6c) em relação às anomalias magnéticas dos conjuntos de prismas 3D que apresentam: (1) mesmas direções do vetor magnetização, (2) mesmos comprimentos dos lados dos prismas paralelos aos eixos x e z deste ambiente simulado (Figura 3.6d) e (3) lados paralelos ao eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km (Figura 3.7). Similarmente aos experimentos das funções S dos ambientes simulados 1 e 2 (Figuras 3.3 e 3.5), verificamos que os menores valores das funções de similaridades dos três perfis magnéticos são devidos às anomalias magnéticas de prismas alongados de 4000 km. Nestas modelagens, os menores valores das funções de similaridades são $S = 0,2404$ (Figura 3.7a) e $S = 0,597$ (Figura 3.7c) respectivamente para vetores de magnetizações de ângulos $I_j = 40,9^\circ$ e $D_j = -30,6^\circ$ e de ângulos $I_j = 0$ e $D_j = 0^\circ$.

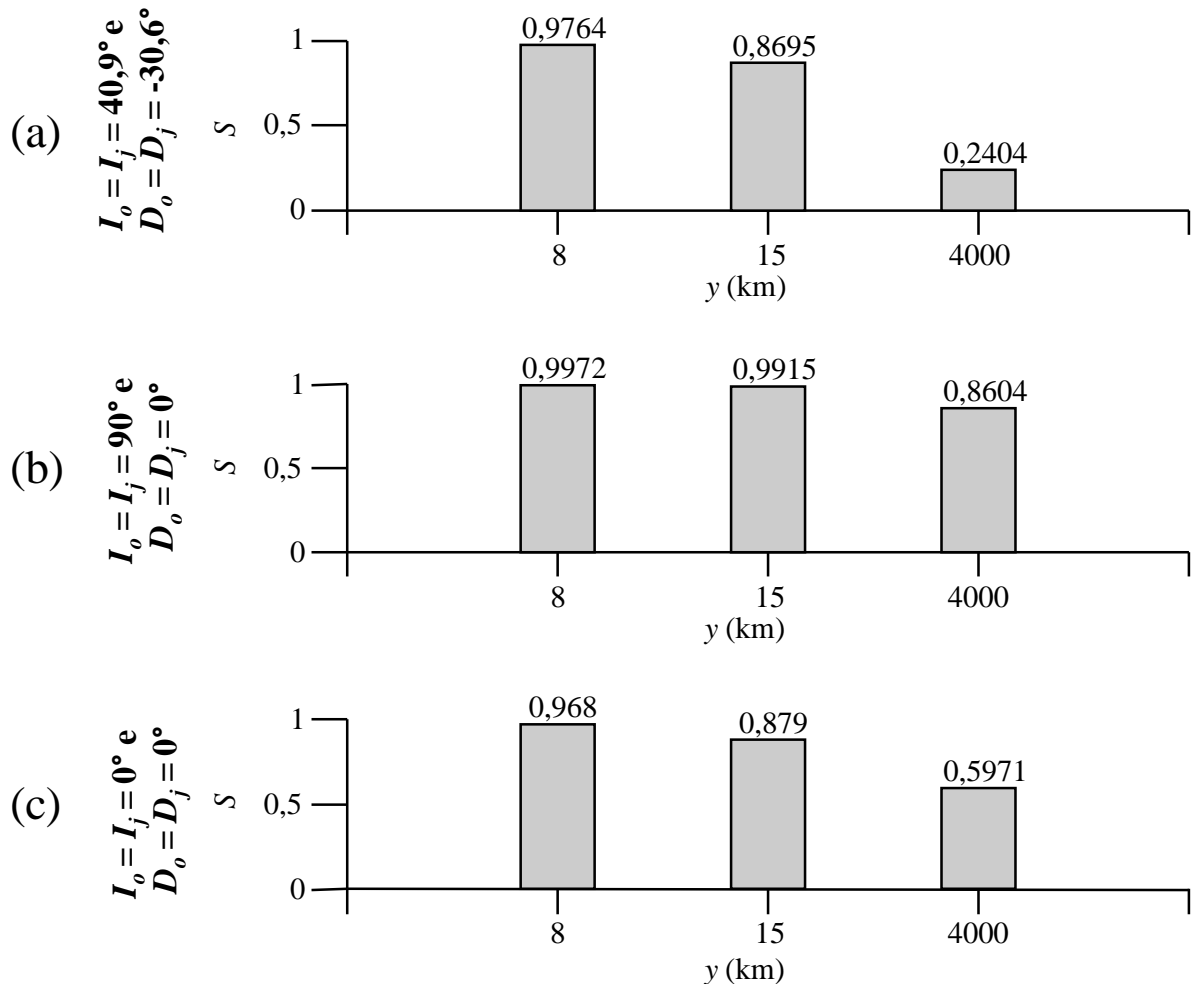


Figura 3.7: Funções de similaridades entre as anomalias magnéticas do ambiente 3 em relação às anomalias magnéticas de três conjuntos de prismas, alongados na direção do eixo y de 8 km, de 15 km e de 4000 km para (a) $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$, para (b) $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$ e para (c) $I_o = I_j = 0$ e $D_o = D_j = 0^\circ$.

Os conjuntos dos prismas 3D alongados de 4000 km, neste trabalho, aproximam as modelagens de prismas 2D, portanto as funções S dos experimentos (Figuras 3.3, 3.5 e 3.7) mostram o desempenho da aplicação das modelagens 2D para os três ambientes simulados alongados de 4 km.

Em particular, o experimento para modelagem 2D do ambiente simulado 3 produz a menor função de similaridade para direções $I_j = 40,9^\circ$ e $D_j = -30,6^\circ$ do vetor magnetização (Figura 3.7a). Neste caso, a critério do interprete geofísico, um valor pequeno de S pode ser usado como uma ferramenta para indicar a inadequação do emprego de prismas 2D na interpretação de anomalias de fontes 2,5D. Ressaltamos que esta análise de S para avaliar o comprimento dos prismas magnéticos, na direção do eixo y , para modelagem 2,5D, pode ser realizada para todos os ambientes simulados e para qualquer direção do vetor magnetização apresentada neste trabalho.

3.2.4 Inversão de dados magnéticos

Aplicamos o procedimento de inversão, descrito na seção 2.3, aos perfis de dados magnéticos das bacias sedimentares simuladas (pontos pretos das Figuras 3.2, 3.4 e 3.6) para verificarmos os efeitos magnéticos causados pelo emprego do conjunto de prismas magnéticos para modelagem, 2D e 2,5D. Assim, produzimos o delineamento dos relevos do embasamento para cada conjunto de dados magnéticos estimando as espessuras de quatro conjuntos de prismas, em que cada conjunto está alongado na direção do eixo y : de 4 km, de 8 km, de 15 km e de 4000 km. Descrevemos, a seguir, o valor do escalar μ , o número de prismas e os comprimentos dos lados dos prismas paralelos ao eixo x usados para aplicação no método de inversão de cada ambiente simulado:

- (i) ambiente simulado 1 utiliza quatro conjuntos de prismas em que cada conjunto contém 45 prismas cujos lados paralelos ao eixo x apresentam 0,33 km de extensão. Produzimos as anomalias magnéticas teóricas e as superfícies dos relevos dos embasamentos magnéticos estimados (linhas contínuas vermelhas em (i), (j), (k) e (l) das Figuras 3.8, 3.10 e 3.12) estabilizando a solução do problema de inversão por meio do escalar $\mu = 10$, para todos os testes. Para auxiliar na análise do desempenho das modelagens 2D e 2,5D computamos as rms entre as profundidades dos relevos simulados e estimados (pontos vermelhos em (f) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) e as rms entre as anomalias magnéticas, sintéticas e

- teóricas, (pontos pretos em (e) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) referentes ao ambiente simulado 1;
- (ii) ambiente simulado 2 utiliza quatro conjuntos de prismas, em que cada conjunto contém 46 prismas cujos lados paralelos ao eixo x apresentam 0,616 km de comprimento. Produzimos as anomalias magnéticas teóricas e as superfícies dos relevos dos embasamentos magnéticos estimados (linhas contínuas vermelhas em (e), (f), (g) e (h) das Figuras 3.8, 3.10 e 3.12) estabilizando a solução do problema de inversão por meio do escalar $\mu = 100$, para todos os testes. Para auxiliar na análise do desempenho das modelagens 2D e 2,5D computamos as rms entre as profundidades dos relevos simulados e estimados (pontos vermelhos em (d) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) e as rms entre as anomalias magnéticas, sintéticas e teóricas, (pontos pretos em (c) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) referentes ao ambiente simulado 2.
- (iii) ambiente simulado 3 utiliza quatro conjuntos de prismas, em que cada conjunto contém 46 prismas cujos lados paralelos ao eixo x apresentam 2,475 km de comprimento. Produzimos as anomalias magnéticas teóricas e as superfícies dos relevos dos embasamentos magnéticos estimados (linhas contínuas vermelhas em (a), (b), (c) e (d) das Figuras 3.8, 3.10 e 3.12) estabilizando a solução do problema de inversão por meio do escalar $\mu = 50$, para todos os testes. Para auxiliar na análise do desempenho das modelagens 2D e 2,5D computamos as rms entre as profundidades dos relevos simulados e estimados (pontos vermelhos em (b) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) e as rms entre as anomalias magnéticas, sintéticas e teóricas, (pontos pretos em (a) nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13) referentes ao ambiente simulado 3.

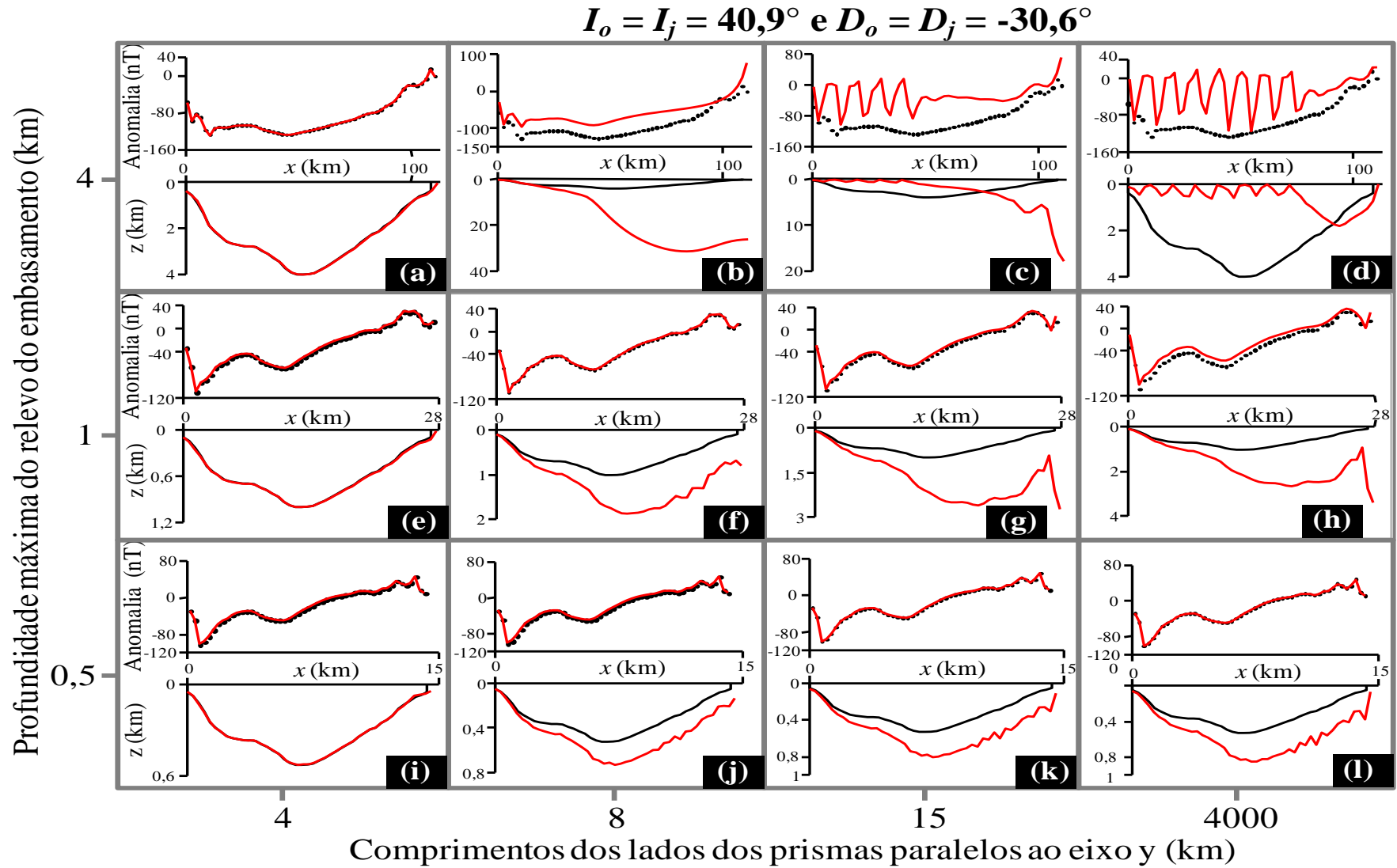


Figura 3.8: Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 40,9^\circ$ e $D_o = D_j = -30,6^\circ$. Profundidades máximas dos relevos dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l).

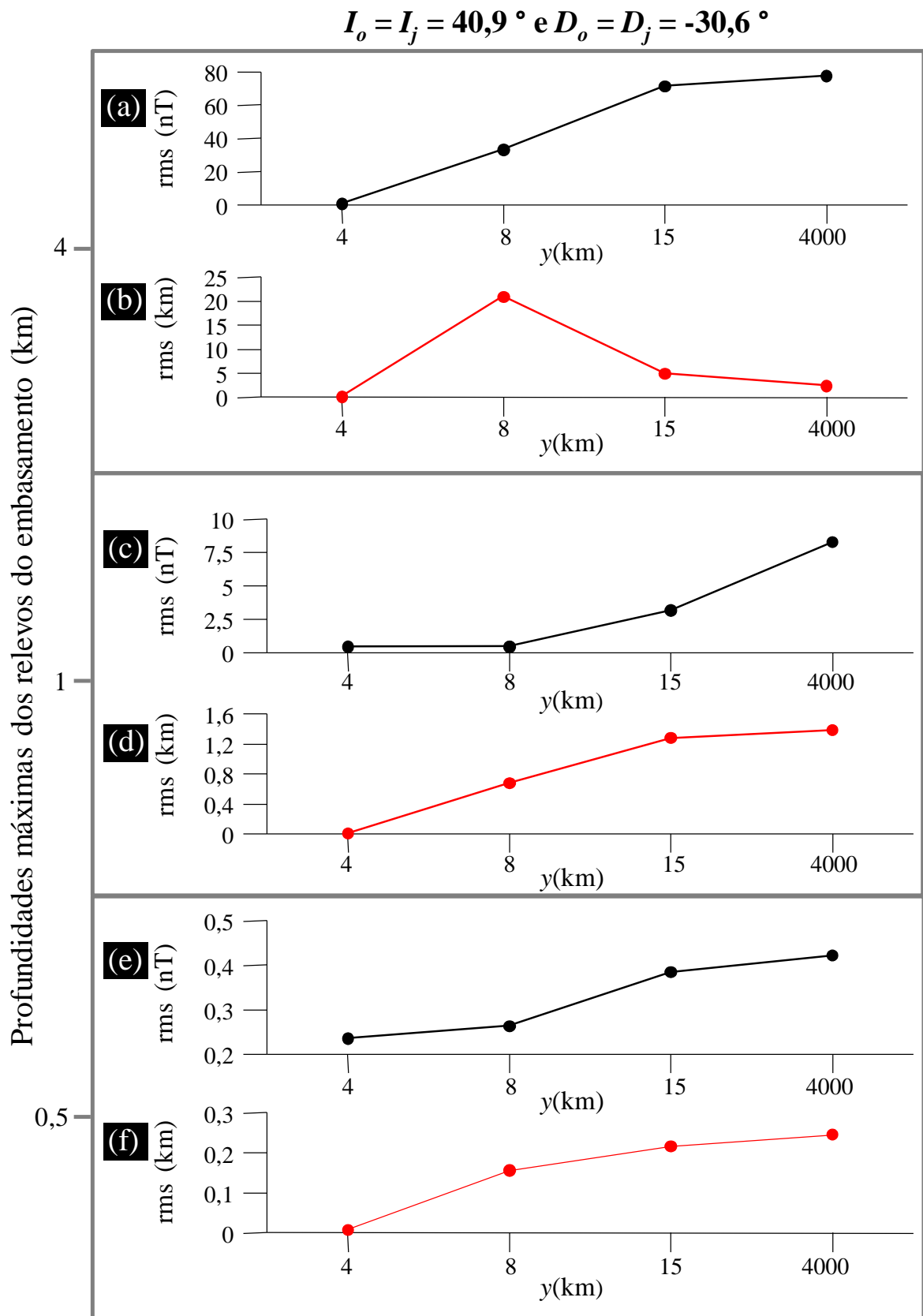


Figura 3.9: Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e teóricas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.8.

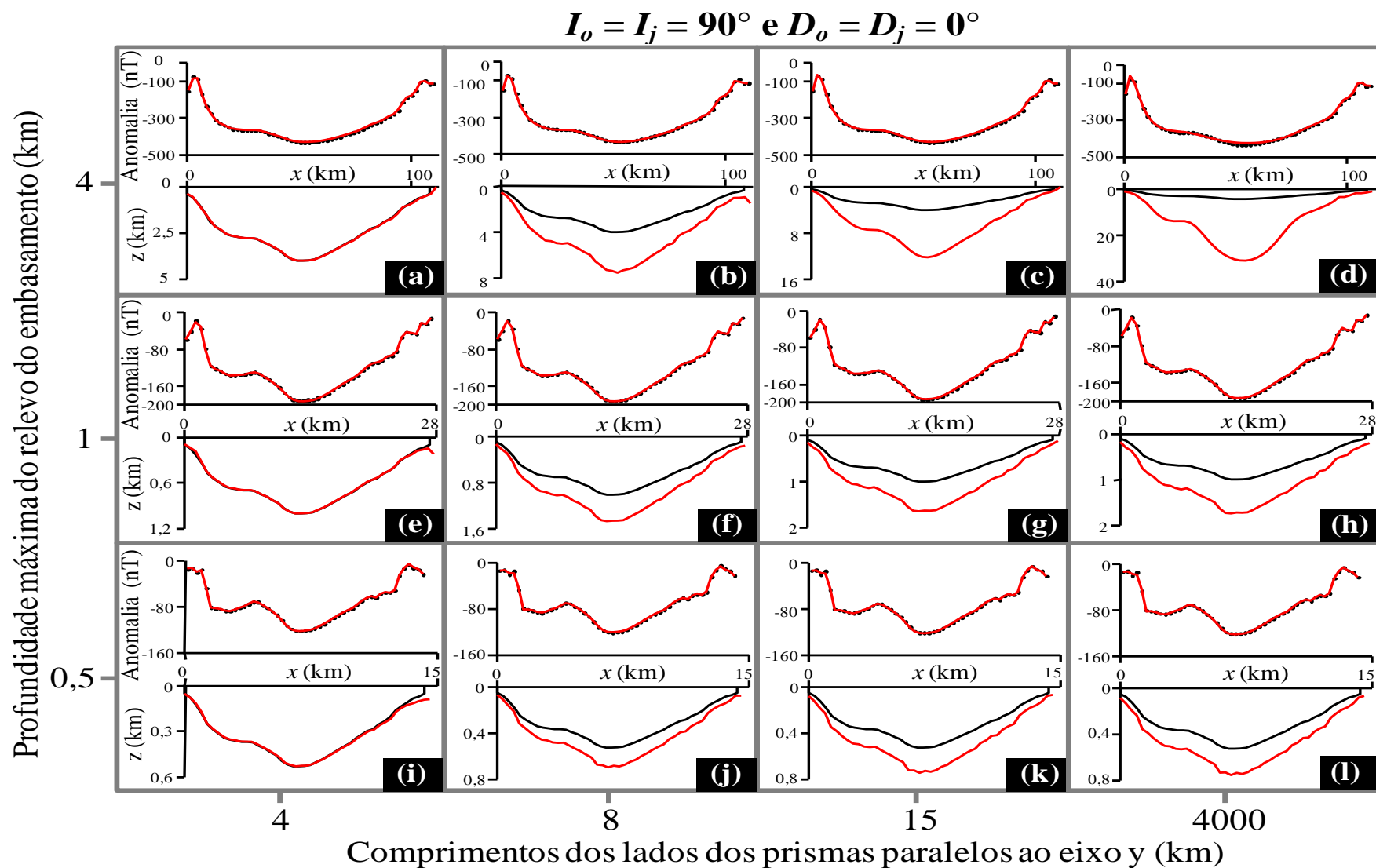


Figura 3.10: Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 90^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$. Profundidades máximas dos relevos dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l).

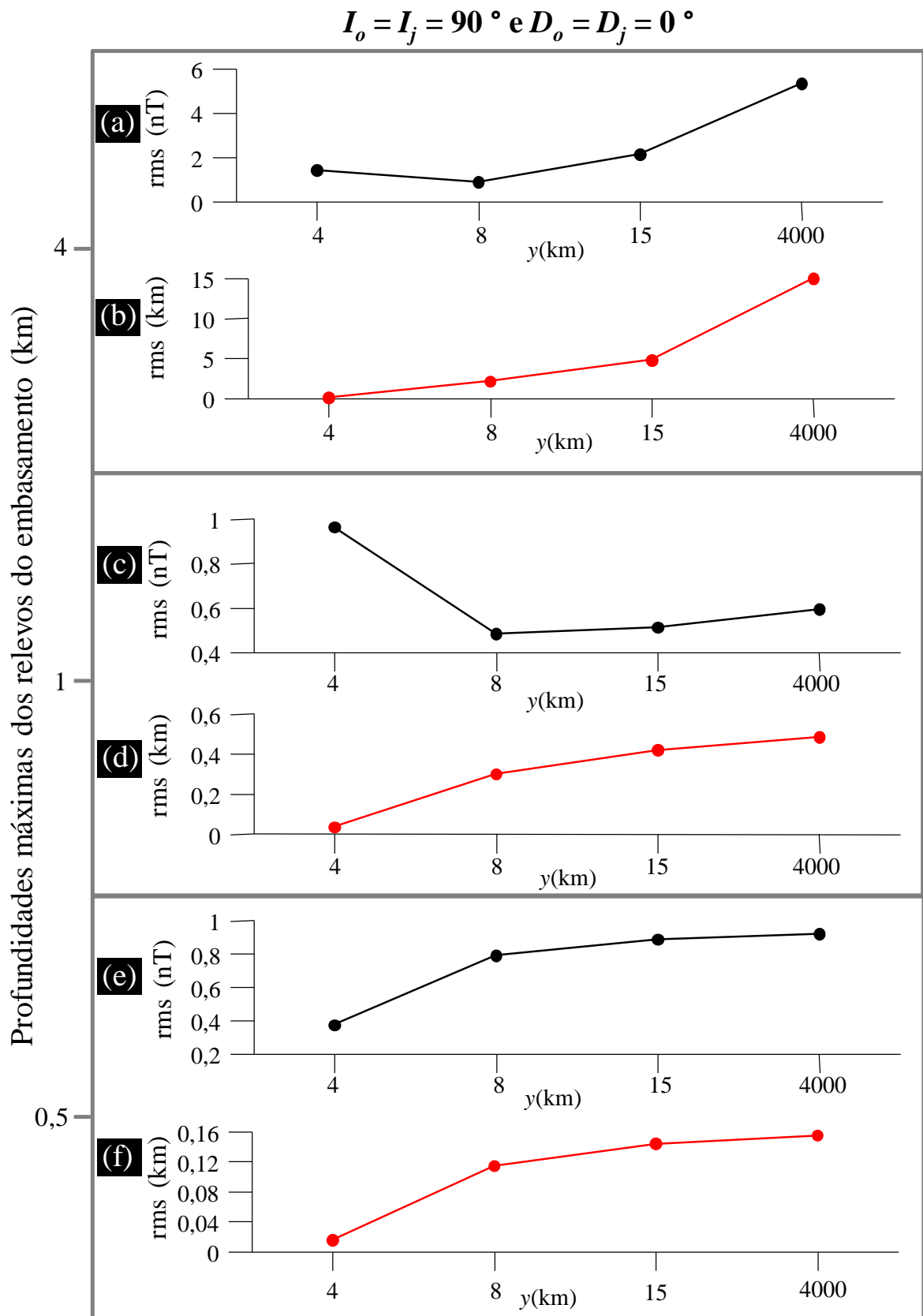


Figura 3.11: Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e teóricas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.10.

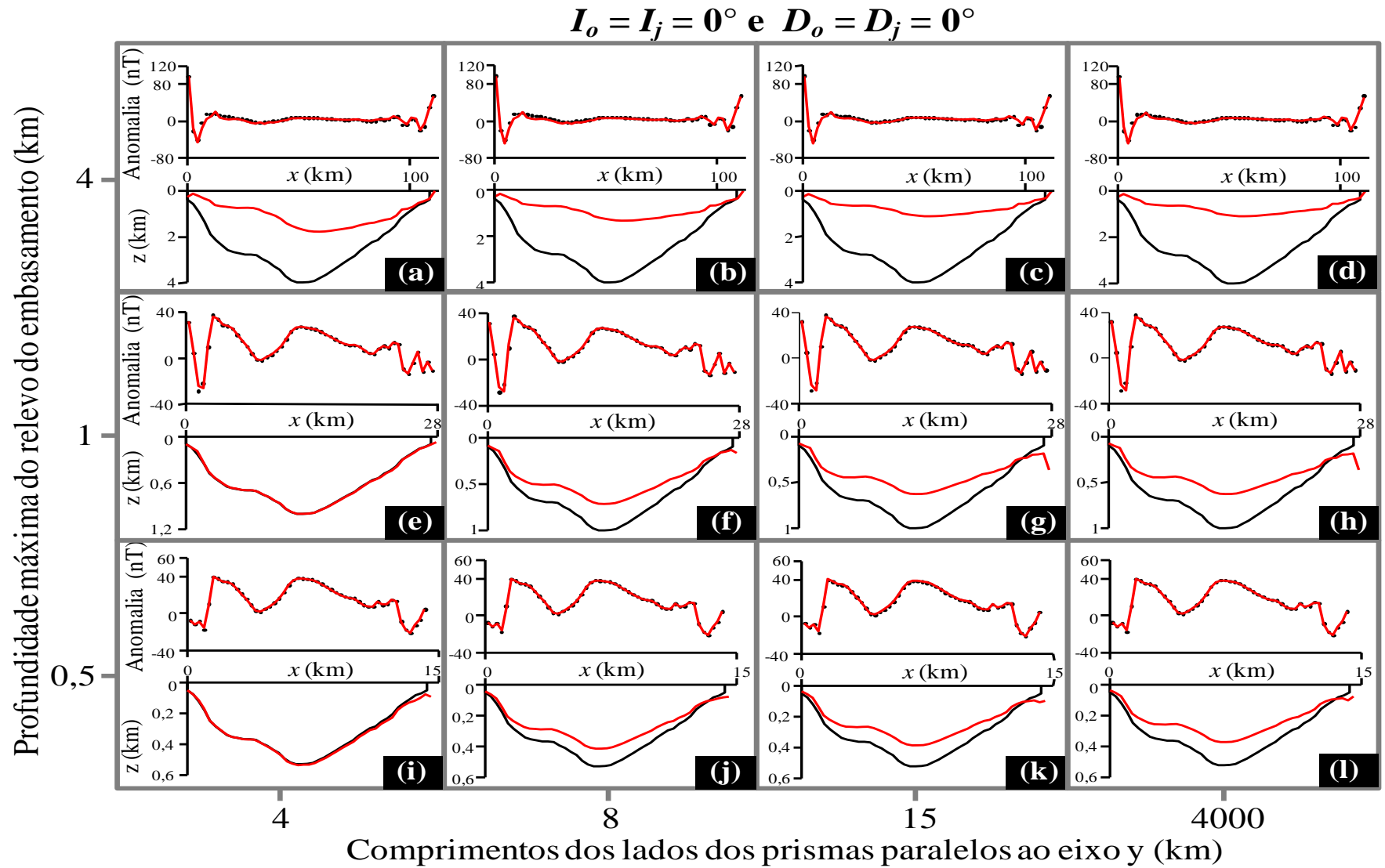


Figura 3.12: Resultados de dados sintéticos para $I_o = I_j = 0^\circ$ e $D_o = D_j = 0^\circ$. Profundidades máximas dos relevos dos embasamentos magnéticos de 0,5 km, de 1 km e de 4 km. Conjunto de prismas de lados paralelos ao eixo y de 4 km (a), (e), (i), de 8 km (b), (f), (j), de 15 km (c), (g), (k) e de 4000 km (d), (h), (l).

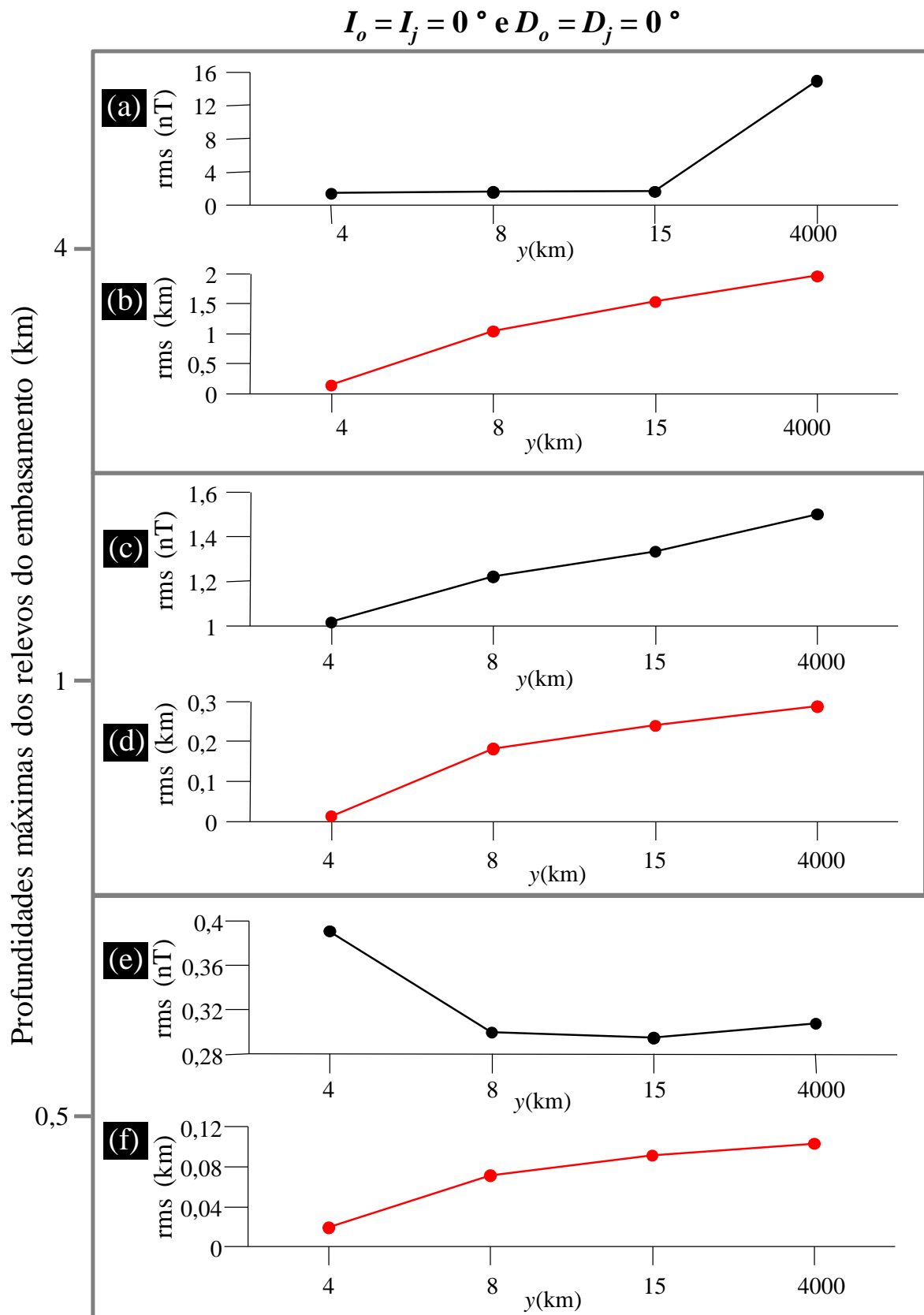


Figura 3.13: Rms entre as anomalias magnéticas de campo total, sintéticas e teóricas, e rms entre os relevos dos embasamentos magnéticos simulados e estimados referentes aos resultados da Figura 3.12.

3.3 EFEITO DA EXTENSÃO HORIZONTAL DOS PRISMAS PARALELA AO EIXO y NA MODELAGEM MAGNÉTICA

O aumento dos comprimentos dos lados do conjunto de prismas paralelos ao eixo y produz em média um crescimento nas rms entre as anomalias sintéticas e as anomalias teóricas devidas às modelagens magnéticas 2D e 2,5D. Os relevos estimados gerados por prismas alongados de 4000 km na direção do eixo y produzem geralmente as maiores rms entre as anomalias. Os experimentos das Figuras 3.10e e 3.12i são exceções que produzem as maiores rms entre as anomalias (0,96 nT e 0,39 nT) devidas a aplicação de prismas alongados de 4 km (Figuras 3.11c e 3.13e). Porém, deve-se considerar que as respectivas amplitudes destas anomalias (pontos pretos e linhas vermelhas nas Figuras 3.10e e 3.12i) são aproximadamente de 200 nT e de 40 nT. Além disso, as rms entre as profundidades dos relevos simulados e estimados são inferiores a 0,04 km (Figuras 3.6c e 3.7a). Portanto, nos experimentos das Figuras 3.10e e 3.12i delineamos as interfaces magnéticas produzindo ajustes aceitáveis nos dados magnéticos.

3.4 EFEITO DOS ÂNGULOS I_j E D_j NA MODELAGEM MAGNÉTICA

Nos experimentos realizados, os diferentes ângulos de inclinação, I_j , e de declinação, D_j , do vetor magnetização afetam as profundidades dos relevos estimados resultantes da aplicação de conjuntos de prismas que apresentam alongamentos, na direção do eixo y , diferentes dos alongamentos presumidos para os ambientes simulados. Para perfis magnéticos resultantes do emprego dos ângulos $I_j = 0^\circ$ e $D_j = 0^\circ$, observamos que as profundidades dos relevos estimados são menores do que as profundidades dos relevos simulados (Figura 3.12). Para os perfis magnéticos resultantes da aplicação de ângulos $I_j = 90^\circ$ e $D_j = 0^\circ$ (Figuras 3.10) e de ângulos $I_j = 40,9^\circ$ e $D_j = -30,6^\circ$ (Figura 3.8) as profundidades dos relevos estimados são maiores do que as profundidades dos relevos simulados. As profundidades dos relevos estimados das Figuras 3.8c e 3.8d mostram as exceções destes experimentos para prismas alongados de 15 km e de 4000 km, pois produzem as menores profundidades dos relevos estimados em relação aos relevos simulados. No entanto, estes testes não produzem ajustes aceitáveis, exibindo oscilações, nas anomalias magnéticas teóricas (linhas vermelhas nas Figuras 3.8c e 3.8d).

3.5 EFEITO DA PROFUNDIDADE NA MODELAGEM MAGNÉTICA

Verificamos nas Figuras 3.9, 3.11 e 3.13 que o aumento das profundidades dos ambientes simulados produz em média as maiores rms entre as anomalias magnéticas sintéticas e teóricas (pontos pretos) e as maiores rms entre as profundidades dos relevos simulados e estimados (pontos vermelhos). Para todos os testes, as maiores discrepâncias entre as profundidades dos relevos estimados e simulados ocorrem nos experimentos do ambiente simulado 3.

3.6 DISCUSSÃO

As diferenças entre as dimensões dos ambientes simulados e dos lados dos prismas paralelos ao eixo y afetam as interpretações das modelagens 2D e 2,5D produzindo profundidades maiores ou menores dos relevos estimados em relação as profundidades dos relevos simulados. Os ângulos de I_j e de D_j usados para gerar os perfis magnéticos também afetam as diferenças entre as profundidades dos relevos magnéticos simulados (linhas pretas nas Figura 3.8) e estimados (linhas vermelhas nas Figura 3.8). Nos perfis gerados com ângulos $I_j = 40,9^\circ$ e $D_j = -30,6^\circ$ as maiores diferenças entre as profundidades estão localizadas à direita das seções magnéticas.

Algumas interpretações magnéticas 2D e 2,5D podem ser recusadas a partir das análises dos ajustes das anomalias magnéticas. Por exemplo, os relevos dos embasamentos estimados (linhas vermelhas) das Figuras 3.8c e 3.8d produzem anomalias magnéticas teóricas oscilantes em relação às anomalias sintéticas gerando rms maiores do que 70 nT. As anomalias magnéticas teóricas e sintéticas das Figuras 3.8b e 3.8h produzem rms de 8 nT e de 33 nT não ajustando as anomalias magnéticas, logo também podemos recusar as soluções das profundidades das interfaces magnéticas destes experimentos (linhas vermelhas nas Figuras 3.8b e 3.8h). Os demais testes produzem ajustes aceitáveis dos dados magnéticos, porém geram profundidades dos relevos estimados com grandes discrepâncias em relação ao relevo simulado. A análise destes experimentos indica que se a dimensão dos prismas do modelo interpretativo, na direção perpendicular ao perfil magnético, for diferente da dimensão da fonte magnética verdadeira problemas podem ocorrer na interpretação magnética ao longo de perfis. Isto ocorre para os perfis magnéticos sintéticos das Figuras 3.8a, 3.8e, 3.8f, 3.8g, 3.8i,

3.8j, 3.8k, 3.8l e para todos os perfis magnéticos dos ambientes simulados de ângulos $I_j = 90^\circ$ e $D_j=0^\circ$ e de ângulos $I_j = 0^\circ$ e $D_j = 0^\circ$. Estes experimentos geram profundidades dos relevos estimados mais profundos ou mais rasos em relação às profundidades dos relevos simulados, porém produzem ajustes aceitáveis nos dados magnéticos. Salientamos que, as profundidades estimados do relevo do embasamento das Figuras 3.8b, 3.8c e 3.8d são resultantes de problemas na convergência da solução que podem ser atribuídas ao algoritmo de otimização (SPG), usado neste trabalho, adicionado a modelagem 2,5D e 2D, pois estas contribuem nas atualizações das anomalias teóricas para os cálculos de $\tau(\hat{\mathbf{p}}_k)$ e de $\text{grad } \tau(\hat{\mathbf{p}}_k)$ em cada iteração.

Outros efeitos podem influenciar as soluções das profundidades da interface magnética como, por exemplo, erros numéricos devidos à posição inicial da distribuição dos prismas magnéticos (testes não apresentados neste trabalho). Neste caso, recomendamos evitar que a posição das observações magnéticas teóricas coincida com as posições dos lados dos prismas magnéticos para evitar erros numéricos no cálculo dos efeitos das anomalias magnéticas e assim avaliar apenas os efeitos devidos às dimensionalidades dos prismas (2D e 2,5D) e das direções do vetor de magnetização.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentamos as análises das modelagens 2D e 2,5D usando prismas para delinear interfaces magnéticas. A partir de perfis magnéticos de ambientes simulados produzimos estimativas das profundidades das superfícies dos relevos dos embasamentos resolvendo o problema de inversão de gerar as espessuras do conjunto de prismas verticais justapostos. Produzimos soluções estáveis deste problema usando o método SPG e o regularizador de Tikhonov de ordem 1.

Realizamos experimentos usando prismas magnéticos alongados na direção do eixo y para direções distintas do vetor magnetização. Quando as extensões horizontais dos prismas ao longo do eixo y coincidem com o alongamento dos lados dos prismas magnéticos usados nos procedimentos de inversão produzimos delineamentos dos relevos dos embasamentos simulados e ajustes aceitáveis entre as observações. Porém quando o alongamento dos prismas não coincide com o alongamento da bacia simulada podem ocorrer delineamentos errôneos do relevo do embasamento magnético que podem, no entanto produzir ajustes aceitáveis aos dados magnéticos. As discrepâncias entre as profundidades dos relevos dos embasamentos estimados e simulados ao longo da extensão horizontal das seções dependem das profundidades dos ambientes simulados e das orientações dos ângulos de inclinação e de declinação.

Os delineamentos de relevos de embasamentos magnéticos simulados, aplicando modelagens magnéticas 2D e 2,5D dependem do conhecimento preciso do alongamento do ambiente simulado. Além disso, salientamos que as direções do vetor magnetização não irão interferir no desempenho do método de inversão apresentado desde que o alongamento dos prismas do modelo interpretativo esteja correto. Em síntese, inferimos que as irregularidades dos comprimentos ao longo do eixo y , das fontes magnéticas reais, podem causar discrepâncias na interpretação magnética. Portanto, recomendamos evitar interpretações puramente 2D de perfis magnéticos.

REFERÊNCIAS

- Abubakar, A., P. M. van den Berg, and J. T. Fokkema, 2003, Towards non-linear inversion for characterization of time-lapse phenomena through numerical modelling: *Geophys. Prospect.*, **51**, 285 - 293.
- Barbosa, V. C. F., and J. B. C. Silva, 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57-68.
- Barbosa, V. C. F., and J. B. C. Silva, 2006, Interactive 2D magnetic inversion: A tool for aiding forward modeling and testing geologic hypotheses: *Geophysics*, **71**, L43-L50.
- Barbosa, V. C. F., J. B. C. Silva, and W. E. Medeiros, 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, **62**, 1745-1757.
- Bhattacharyya, B. K., 1964, Magnetic anomalies due to prism shaped bodies with arbitrary polarization: *Geophysics*, **29**, 517-531.
- Bhattacharyya, B. K., 1980, A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies: *Geophysics*, **45**, 255-270.
- Birgin, E. G., J. M. Martinez, and M. Raydan, 2000, Nonmonotone spectral projected gradient methods for convex sets: *SIAM Journal on Optimization*, **10**, 1196–1211,
- Bott, M. H. P., 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **3**, 63-67.
- Chakavarthi, V., and N. Sundararajan, 2006. Gravity anomalies of 2.5-d multiple prismatic structures with variable density: A marquardt inversion: *Pure and Applied Geophysics*, **163**, 229–242.
- Coles, R. L., 1976, A flexible iterative magnetic anomaly interpretation technique using multiple rectangular prisms: *Geoexploration*, **14**, 125-141.

- Constable, S. C., R. L. Parker, and C. G. Constable, 1987, Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, **52**, 289-300.
- Corbató, C. E., 1965, A least-squares procedure for gravity interpretation: *Geophysics*, **30**, 228-233.
- Cordell, L., 1973, Gravity analysis using an exponentially density-depth function San Jacinto Graben, California: *Geophysics*, **38**, 684-690.
- Cordell, L., and V. J. S. Grauch, 1985, Mapping basement magnetization zones from aeromagnetic data in the San Juan Basin New Mexico, in W. J. Hinze, ed., *Utility of regional gravity and magnetic maps*: SEG, 181–197.
- deGroot-Hedlin, C., and S. C. Constable, 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data: *Geophysics*, **55**, 1613-1624.
- Fedi, M., 1990, Estimation of Depth and Magnetization of Magnetic Sources from Magnetic Data: The Linearized Continuous Inverse Problem for 2,5D Structures: *Pure and Applied Geophysics*, **134**, 451-471.
- Foss, C.A., Z.S. Shi, J. Teasdale, L. L. Pryer, T. S. Loutit, P. G. Stuart-Smith, and K. Romine, 2004, Interpretation of basin structure from high resolution aeromagnetic data: an example from the Officer Basin of South Australia, in: *PESA Eastern Australasian Basins Symposium II*. pp. 257–264.
- García-Abdeslem, J., J. M. Espinosa-Cardena, L. Munguía-Orozco, V. M. Wong-Ortega, and J. Ramírez-Hernández, 2001, Crustal structure from 2-D gravity and magnetic data modeling, magnetic power spectrum inversion, and seismotectonics in the Laguna Salada basin, northern Baja California, Mexico: *Geofísica Internacional*, **40**, 67-85
- Grant, F. S., and G. F. West, 1965, *Interpretation theory in applied geophysics*: McGraw-Hill Book Co.

- Guillen, A., and V. Menichetti, 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, **49**, 1354-1360.
- Henderson, R. G., and I. Zietz, 1949, The computation of second vertical derivatives of geomagnetic fields: *Geophysics*, **4**, 477-561.
- Hewaidy, A. G. A., E. A. El-Motaal, S. A. Sultan, T. M. Ramdan, S. A. Soliman, et al., 2015, Groundwater exploration using resistivity and magnetic data at the northwestern part of the Gulf of Suez, Egypt: *Egyptian Journal of Petroleum* 24, 255–263.
- Hsu, S. K., J. C. Sibuet, and C. T. Shyu, 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, **61**, 373–386
- Johnson, A. C., 1999, Interpretation of new aeromagnetic anomaly data from the central Antarctic Peninsula: *Journal Of Geophysical Research*, **104**, n. B3, 5031-5046.
- Johnson, R. C., T.M. Finn, and V. F. Nuccio, 2001, Potential for a basin-centered gas accumulation in the Albuquerque Basin, New Mexico: *U. S. Geological Survey Bulletin* 2184-C.
- Johnson, W. W., 1969, A least-squares method of interpreting magnetic anomalies caused by two-dimensional structures: *Geophysics*, **34**, 65-74.
- Khalil, A., T. H. A. Hafeez, H. S. Saleh, and W. H. Mohamed, 2016, Inferring the subsurface basement depth and the structural trends as deduced from aeromagnetic data at West Beni Suef area, Western Desert, Egypt: *National Research Institute of Astronomy and Geophysics Journal of Astronomy and Geophysics*, **5**, 380-392.
- Kivior, I., S. K. Chandola, L.P. Kin, S. F. B. M. Zohdi, S. Damte, and S. L. Markham, 2012, Application of Marine Magnetic and Gravity Data in Mapping Basement and Sedimentary Horizons in the Rovuma Basin, Mozambique: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*: pp. 1-5.

- Kunaratnam, K., 1981, Simplified expressions for the magnetic anomalies due to vertical rectangular prisms, *Geophysical Prospecting*, **29**, 883-890.
- Last, B. J., and K. Kubik, 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, **48**, 713-721.
- Li, Y., and D. W. Oldenburg, 1996, 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, **61**, 394-408.
- Li, Y., and D. W. Oldenburg, 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, **63**, 109-119.
- Martelet, G., J. Perrin, C. Truffert, and J. Deparis, 2013, Fast mapping of magnetic basement depth, structure and nature using aeromagnetic and gravity data: combined methods and their application in the Paris Basin: *Geophysical Prospecting*, **61**, 857–873
- Nunes, T. M., V. C. F. Barbosa, and J. B. C. Silva, 2008, Magnetic basement depth inversion in the space domain: *Pure and applied geophysics*, **165**, 1891-1911.
- Opara, A. I., T. T. Emberga, O. I. Oparaku, A. G. Essien, R. A. Onyewuchi, H. N. Echetama, N. E. Muze, and R. M. Onwe, 2015, Magnetic Basement Depth Re-Evaluation of Naraguta and Environs North Central Nigeria, Using 3-D Euler Deconvolution: *American Journal of Mining and Metallurgy*, 2015, **3**, n. 2, 29-42.
- Pedersen, L. B., 1977, Interpretation of potential field data - a generalized inverse approach: *Geophys. Prosp.*, **25**, 199-230.
- Radhakrishna Murthy, I. V., 1990, Magnetic anomalies of two-dimensional bodies and algorithms for magnetic inversion of dykes and basement topographies: *Proc. Indian Acad. Sci. (Earth Planet. Sci)*, **99**, 549-579.
- Rao, D. B., and T. Annapurna, 2016, Basin structure from gravity and magnetic anomalies in the central part of Cauvery basin, India: *J. Ind. Geophys. Union*, **20**, 265-276.
- Reid, A. B., J. Ebbing, and S. J. Webb, 2014, Avoidable Euler Errors – the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential field: *Geophysical Prospecting*, **62**, 1162–1168.

- Roy, P. S., J. Whitehouse, P. J. Cowell, and G. Oakes, 2000, Mineral sands occurrences in the Murray Basin, southeastern Australia: *Economic Geology*, **95**, 1107–1128.
- Salem, A., S. Williams, D. Fairhead, R. Smith, and D. Ravat, 2008, Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives: *Geophysics*, **73**, L1–L10,
- Silva, J. B. C., and V. C. F. Barbosa, 2006, Interactive gravity inversion: *Geophysics*, **71**, J1–J9.
- Silva, J. B. C., and G. W. Hohmann, 1983, Nonlinear magnetic inversion using a random search method: *Geophysics*, **48**, 1645-1658.
- Williams, S. E., J. D. Fairhead, and G. Flanagan, 2005, Comparison of grid Euler deconvolution with and without 2D constraints using a realistic 3D magnetic basement model: *Geophysics*, **70**, L13– L21.
- Spector, A., and F. S. Grant, 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data: *Geophysics*, **35**, p. 393-302.
- Syberg, F. J. R., 1972a, A Fourier method for the regional-residual problem of potential fields: *Geophysical Prospecting*, **20**, 47–75.
- Tikhonov, A. N., 1963, Regularization of ill-posed problems: *Doklady Akad. Nauk, SSSR*, **153**, 49-52.
- Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977, *Solutions of ill-posed problems*: V. H. Winston & Sons.
- Verduzco, B., J. D. Fairhead, C. M. Green, and C. Mackenzie, 2004, New insights into magnetic derivatives for structural mapping: *The Leading Edge*, **23**, 116–119
- Whitehill, D. E., 1973, automated interpretation of magnetic anomalies using the vertical prism model: *Geophysics*, **38**, 1070-1087.

Zurflueh, E. G., 1967, Applications of two-dimensional linear wavelength filtering: *Geophysics*, **32**, 1015–1035.