



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Modelagem Numérica Direta e Adjunta de Dados CSEM Utilizando o Princípio da Correspondência

ADRIANY TIFFANY MOURA REIS

Belém
2018

ADRIANY TIFFANY MOURA REIS

Modelagem Numérica Direta e Adjunta de Dados CSEM Utilizando o Princípio da Correspondência

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Modelagem e Inversão de Dados Geofísicos

Orientador: Dr. Jessé Carvalho Costa

Belém
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R375m Reis, Adriany Tiffany Moura
 Modelagem Numérica Direta e Adjunta de Dados CSEM Utilizando o Princípio da Correspondência /
 Adriany Tiffany Moura Reis. — 2018
 92 f. : il. color

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação Geofísica (CPGf), Instituto de Geociências,
 Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.
 Orientação: Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa

 1. CSEM. 2. Método dos estados adjuntos. 3. Princípio da correspondência. I. Costa, Jessé Carvalho ,
 orient. II. Título

ADRIANY TIFFANY MOURA REIS

**Modelagem Numérica Direta e Adjunta de Dados CSEM
Utilizando o Princípio da Correspondência**

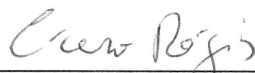
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Geofísica da Universidade Federal do Pará para ob-
tenção do título de Mestre em Geofísica.

Data de aprovação: 24 de agosto de 2018

Banca Examinadora:



Dr. Jessé Carvalho Costa (Orientador)
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Cícero Roberto Teixeira Regis
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Maria Amélia Novais Schleicher
Universidade Estadual de Campinas

Dedico esta dissertação a Deus, por sempre estar à frente de meus planos, e por ter permitido a realização deste sonho. Aos meus pais, Luiz Ricardo e Tereza Reis, por todo amor, dedicação, apoio e cuidado. À minha irmã, Lúcia Reis, por seu incentivo, carinho e companheirismo. Ao meu noivo, Adriano Valente, por todo amor, compreensão, confiança e força.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa, por sempre mostrar-se disposto a me auxiliar na construção de novos conhecimentos, possibilitando que eu me tornasse uma profissional e uma pessoa melhor.

A Deivid Nascimento, geofísico da Petrobras, por sua contribuição nesta pesquisa.

À Universidade Federal do Pará e ao Curso de Pós-graduação de Geofísica, por proporcionarem um ambiente fomentador de novos conhecimentos.

Aos funcionários da Secretaria, Benildes Souza e Kleberson Moura, pelo apoio e amizade.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

RESUMO

A modelagem e inversão de dados obtidos a partir do método eletromagnético marinho de fonte controlada (CSEM) é uma importante ferramenta complementar à sísmica no mapeamento de reservatórios de hidrocarbonetos. Tradicionalmente, a modelagem dos dados eletomagnéticos (EM) é feita no domínio da frequência, onde os campos EM são obtidos, para cada uma das frequências, a partir da solução numérica de um sistema linear de grande dimensão. Para a inversão de dados CSEM, o método dos estados adjuntos é aplicado para calcular o gradiente da função objetivo, o qual também requer essencialmente modelagens no domínio da frequência. Neste trabalho as modelagens direta e adjunta de dados EM foram implementadas no domínio do tempo, aplicando o princípio da correspondência. Essa aproximação transforma as equações de Maxwell de um regime quase-estático, que descreve os campos EM em meios eletricamente condutivos, para equações de Maxwell correspondentes num domínio fictício, que descreve os campos EM em meios não condutivos. Para a inversão dos campos EM, o método dos estados adjuntos também pode ser aplicado no domínio temporal fictício. As modelagens direta e adjunta no domínio fictício são simples e eficientes, porque os campos EM podem ser calculados para um amplo espectro com apenas uma modelagem. Essa dissertação apresenta a fundamentação teórica das modelagens direta e adjunta de dados eletromagnéticos através do princípio da correspondência e os aspectos computacionais relevantes para assegurar acurácia numérica. A implementação foi validada para modelos 1D e 2.5D. Por fim, apresentamos os resultados das modelagens direta e adjunta a um modelo de resistividade 3D, baseado no modelo sintético Marlim R3D. O gradiente da função objetivo, para esse dado sintético, apresenta sensibilidade suficiente para discriminar a região do reservatório.

Palavras-chaves: CSEM. Método dos estados adjuntos. Princípio da correspondência.

ABSTRACT

Modeling and inversion of marine controlled-source electromagnetic data (CSEM) are important complementary tools to seismic for hydrocarbons reservoir mapping. Traditionally, forward modeling of electromagnetic (EM) data is implemented in the frequency domain, where the EM fields are obtained, for each single frequency, from the solution of a large linear system. For the inversion of CSEM data, the adjoint state method is applied to compute the gradient of an objective function, which essentially requires additional frequency domain modeling. In this work the forward and adjoint modeling of EM data were implemented in the time domain, by applying the correspondence principle. This approach transforms the Maxwell equations from a quasi-static regime, which describes EM fields in an electrically conductive medium, to corresponding Maxwell equations in a fictitious domain, which describes EM fields in a non-conductive medium. For the inversion of EM fields, the adjoint state method can also be applied in the fictitious time domain. Forward and adjoint modeling in the fictitious domain are simple and efficient, because the EM fields can be computed in a single run for a large frequency band. This dissertation presents the theoretical foundations of the forward and adjoint electromagnetic modeling through the correspondence principle and the relevant computational aspects to ensure numerical accuracy. The implementation was validated for 1D and 2.5D models. Finally, we present the results of forward and adjoint modeling for a 3D resistivity model, based on the synthetic model Marlim R3D. The gradient of the least-squares objective function for this synthetic data presents sufficient sensitivity to discriminate the reservoir region.

Keywords: CSEM. Adjoint state method. Correspondence principle.

LISTA DE FIGURAS

3.1	Esquema de discretização usando o grid de Yee. Fonte: Schild (2009). . . .	10
6.1	Pulso fonte no domínio fictício temporal. A curva em azul corresponde ao pulso estimado a partir de gradientes conjugados com condicionamento e a curva em vermelho corresponde ao pulso fonte obtido a partir da superposição de pulsos analíticos.	30
6.2	Pulso fonte no domínio da frequência em regime condutivo, onde os pontos pretos representam as frequências para as quais desejamos avaliar os campos.	31
6.3	Modelos de resistividade horizontal e vertical utilizados para comparar com método analítico de Løseth e Ursin (2007).	32
6.4	Comparação entre a amplitude e a fase dos campos obtidos pelo método analítico de Løseth e Ursin (2007), linha cheia, e pela modelagem por meio do método de FDTD, linha pontilhada, para as frequências de $0.25 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$	32
6.5	Modelo de resistividade utilizado para validação da modelagem 2.5D. . . .	34
6.6	Comparação entre a amplitude e a fase dos campos obtidos a partir da modelagem no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência, por meio de Diferenças Finitas, curva azul, e da modelagem no domínio da frequência por meio de Elementos Finitos, curva vermelha, para a frequência de $0.75 Hz$	35
7.1	Modelos de resistividade horizontal e vertical utilizados para avaliar o comportamento dos campos eletromagnéticos no domínio fictício.	36
7.2	Instantâneos dos campos elétrico e magnético ao longo das direções x e y, no domínio fictício temporal.	37
7.3	Componentes em fase e em quadratura do campo elétrico ao longo das direções x e y para a frequência de $0.1 Hz$	38
7.4	Componentes em fase e em quadratura do campo magnético ao longo das direções x e y para a frequência de $0.1 Hz$	39
7.5	Componentes em fase e em quadratura do campo elétrico ao longo das direções x e y para a frequência de $1 Hz$	40
7.6	Componentes em fase e em quadratura do campo magnético ao longo das direções x e y para a frequência de $1 Hz$	41
7.7	Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para obtenção dos dados observados.	43
7.8	Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para obtenção dos dados calculados.	43

7.9	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.	44
7.10	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.	45
7.11	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.	46
7.12	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.	47
7.13	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção x , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	48
7.14	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção y , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	49
7.15	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção z , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	50
7.16	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção x , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	51
7.17	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção y , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	52
7.18	Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção z , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	53
7.19	Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de $0.10 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	54
7.20	Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção y , para as frequências de $0.10 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	55
7.21	Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de $0.10 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.	56
7.22	Modelos de resistividade horizontal e vertical a ser utilizado para obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D, com 301 pontos ao longo da direção y .	58
7.23	Modelos de resistividade horizontal e vertical a ser utilizado para obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D, com 301 pontos ao longo da direção y .	58

7.24	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.	59
7.25	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.	60
7.26	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.	61
7.27	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.	62
7.28	Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de $0.10 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$	63
7.29	Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de $0.10 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$	64
7.30	Modelos de resistividade horizontal e vertical a serem utilizados para obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D, com 81 pontos ao longo da direção y	65
7.31	Modelos de resistividade horizontal e vertical a serem utilizados para obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D, com 81 pontos ao longo da direção y	66
7.32	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.	67
7.33	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.	68
7.34	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.	69
7.35	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.	70

7.36	Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 81 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz	71
7.37	Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 81 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz	72
7.38	Modelos de resistividade horizontal e vertical do adaptado do modelo Marlim R3D.	74
7.39	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados observados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz	75
7.40	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados observados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz	76
7.41	Modelagem das componentes em fase e em quadratura do campo elétrico devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, para a frequência de 0.1 Hz	77
7.42	Modelagem das componentes em fase e em quadratura do campo magnético devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, para a frequência de 0.1 Hz	78
7.43	Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.	79
7.44	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados calculados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz	80
7.45	Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados calculados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz	81
7.46	Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz	82
7.47	Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção y do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz	83

7.48 Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz 84

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	MODELAGEM DIRETA UTILIZANDO O PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA	5
3	MODELAGEM NUMÉRICA DE DADOS CSEM	10
4	FRONTEIRAS ABSORVENTES CPML	16
5	MÉTODO DOS ESTADOS ADJUNTOS APLICADO AO CSEM	20
6	VALIDAÇÃO	29
6.1	VALIDAÇÃO 1D	31
6.2	VALIDAÇÃO 2.5D	33
7	RESULTADOS	36
7.1	RESULTADOS PARA MODELAGEM 3D	36
7.2	RESULTADOS PARA MODELAGEM 2.5D	57
7.3	RESULTADOS PARA O MODELO MARLIM R3D	73
8	CONCLUSÃO	86
	REFERÊNCIAS	88
	APÊNDICES	91
A-	PSEUDOCÓDIGO DO GRADIENTE PARA INVERSÃO DE DADOS CSEM	92

1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação de mestrado foi desenvolvida a fim de integrar trabalhos de inversão conjunta entre dados eletromagnéticos, neste caso o método Controlled-source Electromagnetic (CSEM), e sísmicos, visto que ambos os métodos apresentam a mesma escala de investigação, o mesmo alvo, no caso da sísmica marinha e do CSEM, reservatórios de hidrocarbonetos, além de fornecerem informações complementares um ao outro, uma vez que, de acordo com Zach et al. (2009), as anomalias eletromagnéticas associadas ao CSEM dependem de um contraste suficiente de resistência transversal, devido, ou a uma alta resistividade, ou a um corpo resistivo de grande volume, sendo um dado complementar na determinação da distribuição estrutural do resistor, apesar de sua baixa resolução. Além disso, a dependência da resistência em relação a resistividade do corpo, faz com que o CSEM também seja sensível ao nível de saturação de hidrocarbonetos, fator ao qual as ondas sísmicas são insensíveis.

O petróleo é uma das principais bases da matriz energética mundial, o que impulsiona a descoberta de novos reservatórios. Segundo Constable (2006) e Constable e Srnka (2007), no final do século XX o mercado da exploração do petróleo sofreu uma reviravolta. A exploração em águas profundas e a complexa estrutura da subsuperfície representavam um desafio, pois nesses ambientes a sísmica perdia resolução e a perfuração de poços era cara. Sendo assim, fazia-se essencial o emprego de outros métodos, cujos dados implicassem na diminuição do risco exploratório, e o desenvolvimento de métodos de imageamento e inversão mais precisos e com maior resolução.

Foi nesse contexto que as empresas Statoil e ExxonMobil foram as pioneiras no uso do método eletromagnético marinho de fonte controlada (CSEM) como uma ferramenta de mapeamento de reservatórios de hidrocarboneto em águas profundas (cerca de 1000 m ou mais). Assim, ainda segundo Constable e Srnka (2007), “a habilidade de determinar a resistividade de alvos profundos de perfuração a partir do assoalho oceânico pode tornar o marinho CSEM a mais importante técnica geofísica a surgir desde a sísmica de reflexão 3D”, visto que ele é sensível ao contraste de resistividade entre os sedimentos saturados em óleo ou gás, da ordem de $100 \Omega.m$, e os sedimentos saturados em água, da ordem de $1 \Omega.m$.

Tradicionalmente o problema inverso associado ao CSEM faz uso de modelagens no domínio da frequência e matriz de sensibilidade para a obtenção do gradiente da função objetivo. Até que, ainda na década de 80, conforme descrito por Lailly e Bednar (1983) e Tarantola (1984), surge o método dos estados adjuntos, o qual utiliza duas modelagens, uma direta e outra adjunta, e o resíduo entre os dados observados e modelados como fonte, a fim de calcular o gradiente da função objetivo. Este é um método alternativo ao cálculo da matriz de sensibilidade, uma vez que ele é proporcional ao número de

observações e independente da quantidade de parâmetros. Sendo assim, este método tende a ser computacionalmente mais eficiente para problemas que dependem de uma grande quantidade de parâmetros.

Para o cálculo do gradiente a partir do método dos estados adjuntos, é necessário fazer uma modelagem direta dos dados. Para tanto, adotamos a metodologia proposta por Mittet (2010), onde, partindo do princípio que o CSEM é um método de baixa frequência, de 0.1 Hz a 5 Hz , as correntes de deslocamento tornam-se negligenciáveis, permitindo que o experimento seja modelado no domínio do tempo em um regime difusivo. Esta abordagem difusiva dos problemas eletromagnéticos foi proposta inicialmente por Lee et al. (1989), onde ele propõe que as modelagens computacionais sejam feitas no domínio ondulatório e os resultados sejam convertidos em campos eletromagnéticos no domínio do tempo. Posteriormente, de Hoop (1996) propôs o princípio da correspondência, que estabelece uma relação entre as ondas eletromagnéticas em um domínio fictício, onde elas têm um comportamento ondulatório e estão associadas a meios resistivos, e as ondas eletromagnéticas no domínio difusivo, que estão associadas a meios condutivos.

Entretanto, a solução das equações de Maxwell num regime difusivo por diferenças finitas, torna-se uma tarefa muito dispendiosa em termos computacionais, uma vez que o intervalo temporal que satisfaz a condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) torna-se muito pequeno. Para contornar esta situação, Oristaglio e Hohmann (1984) já haviam proposto que fosse adicionado um fator hiperbólico às equações de Maxwell, garantindo um decaimento às equações da onda, tornando-as incondicionalmente estáveis até o limite máximo estabelecido pela condição CFL.

Outro assunto abordado nesta dissertação é a possibilidade de, a partir da simetria do meio a ser modelado, obtermos maior eficiência computacional, como quando simulamos meios anisotrópicos, onde a condutividade varia apenas no plano $x - z$, onde propomos que a dimensão do modelo ao longo do eixo y seja reduzida à um número mínimo de pontos que garanta a representatividade dos ambientes em subsuperfície e a eficiência do decaimento dos campos nas bordas do modelo. Sendo assim, um número menor de pontos implicaria em maior eficiência, o que configuraria uma vantagem computacional frente à implementação convencional de modelos 3D.

A fim de assegurar a acurácia dos resultados obtidos a partir desta metodologia, já que computacionalmente o meio a ser modelado possui dimensões finitas, é necessário implementar bordas absorventes ao longo das bordas laterais e inferior do modelo. Já na interface entre o ar e a água, são aplicadas condições especiais à propriedade física e os campos elétrico e magnético são avaliados explicitamente, conforme discutido por Wang e Hohmann (1993). A implementação precursora deste tipo de abordagem prevê um decaimento logarítmico dos campos em uma região pouco espessa. Tal implementação é chamada de Perfect Matched Layer (PML). Entretanto, de acordo com Komatitsch e Martin (2007), esta abordagem ainda permite a propagação de reflexões indesejadas

no caso de malhas com uma amostragem muito densa, fontes localizadas próximas da borda da malha ou no caso de receptores muito distantes da fonte. Para contornar este problema, Roden et al. (2000) propuseram uma modificação na transformação das coordenadas complexas classicamente utilizadas na PML a fim de introduzir um termo que dependa da frequência, o qual implica numa convolução entre os campos auxiliares responsáveis pelo decaimento e os campos elétrico e magnético apenas na região da borda. Esta metodologia é conhecida como Convolutional Perfect Matched Layer (CPML) e é a base para o mecanismo de decaimento dos campos ao longo das bordas adotado neste trabalho.

Outra característica particular deste trabalho é o modo como a síntese das fontes é implementada para a modelagem dos campos adjuntos no domínio fictício, uma vez que, de acordo com a prescrição de Mittet (2010), o pulso fonte no domínio fictício deve ser capaz de ajustar todo o espectro das observações no domínio condutivo, de modo que tenhamos um pulso fonte para cada frequência e para cada posição de receptor, já que a metodologia utilizada prevê que o emprego do princípio da reciprocidade diminui o tempo de modelagem. Para tanto, utilizamos o método de gradientes conjugados preconditionado pelo pulso Ricker, visto que ele possui banda limitada, o que evita dispersão temporal, e garante uma resposta causal, de modo que "o comprimento da banda de frequência ou a frequência máxima que pode ser recuperada no domínio difusivo seja independente do comprimento da banda de frequência ou da frequência máxima no domínio de onda fictício" (Mittet, 2010).

Desta maneira, podemos estabelecer que os principais objetivos desta dissertação são implementar e qualificar o método dos estados adjuntos como uma ferramenta simples e eficiente para a obtenção do gradiente para a inversão de dados CSEM, analisar a eficiência da modelagem CSEM no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência, avaliar a implementação da síntese de fontes a partir do condicionamento usando o pulso Ricker e comprovar a eficácia do algoritmo desenvolvido na modelagem de ambientes com geometria e distribuição de propriedade física complexas, semelhante a ambientes em subsuperfície reais. Como objetivos secundários podemos citar o emprego de uma metodologia 3D para a obtenção respostas 2.5D, bem como o ajuste dos parâmetros de bordas CPML para o caso eletromagnético.

O capítulo dois desta dissertação aborda a modelagem direta no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência, onde são descritas as etapas para a transformação das equações de Maxwell de um domínio difusivo para um domínio ondulatório.

O capítulo três descreve a metodologia empregada na modelagem numérica dos dados CSEM, o esquema de discretização dos campos e as condições de estabilidade e dispersão.

O capítulo quatro refere-se às condições especiais adotadas para os campos ao longo da interface entre o ar e a água, bem como aos parâmetros das bordas CPML implementadas ao longo das bordas laterais e inferior do modelo.

O capítulo cinco trata do método dos estados adjuntos aplicado ao CSEM para a obtenção do gradiente a ser usado para a inversão de dados deste método.

No capítulo seis avaliamos a validação do algoritmo implementado, analisamos os resultados obtidos em relação às modelagens diretas 1D e 2.5D.

No capítulo sete avaliamos os resultados das modelagens dos campos diretos e adjuntos, e os gradientes a serem empregados na inversão. Analisamos também a acurácia do algoritmo em modelar ambientes com geologia complexa. Para isso utilizamos o modelo sintético Marlim R3D, desenvolvido por Carvalho e Menezes (2017), o qual foi desenvolvido com base nos reservatórios turbidíticos da margem continental brasileira.

Por fim, no capítulo oito discorremos a cerca das conclusões do presente trabalho, onde avaliamos eficiência do código tanto para fins acadêmicos, quanto para o estudo de problemas reais encontrados na indústria do petróleo. Apresentamos também as perspectivas futuras em relação a este trabalho.

2 MODELAGEM DIRETA UTILIZANDO O PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA

De acordo com Swift Jr (1988), os métodos eletromagnéticos baseiam-se em dois fenômenos físicos fundamentais: eletricidade e magnetismo, onde as leis de Faraday e Ampère, que compõem as equações de Maxwell regendo esses fenômenos, são fruto do acoplamento de fontes elétricas e magnéticas, de maneira que o campo eletromagnético seja formado por um par de funções vetoriais devido às fontes magnéticas e outro par devido às fontes elétricas, onde a densidade de corrente elétrica é zero para fontes magnéticas, enquanto que a densidade de corrente magnética é zero para as fontes elétricas.

Nos métodos eletromagnéticos, a solução do problema direto, que consiste em calcular os dados associados a uma determinada distribuição dos parâmetros físicos que descrevem um modelo representativo da subsuperfície, tradicionalmente é feita no domínio da frequência, onde, para cada posição do receptor, já que estamos usando o princípio da reciprocidade, calculamos a resposta para um determinado conjunto de frequências. Entretanto, para obtermos respostas representativas, é necessário que o espectro investigado seja relativamente amplo, o que requer um certo tempo computacional. Uma alternativa a esta metodologia é a proposta de Mittet (2010), onde ele sugere que seja feita uma modelagem no domínio do tempo, assim recuperaríamos o campo em um amplo espectro de frequência de uma só vez. Para tanto, faremos uso do princípio da correspondência, onde substituímos o conjunto de equações de Maxwell de um domínio onde os campos apresentam um comportamento difusivo, por um conjunto de equações de Maxwell num domínio fictício, onde elas apresentam um comportamento ondulatório.

Considerando as equações de Maxwell num regime difusivo no domínio do tempo em notação indicial, (Maaø, 2007), e a convenção de Einstein da soma sobre índices repetidos, temos:

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, t) = -J_i(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial H_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -K_i(\mathbf{x}, t), \quad (2.2)$$

onde $E_k(\mathbf{x}, t)$ e $H_k(\mathbf{x}, t)$ representam os campos elétrico e magnético, respectivamente, $\sigma_{ij}(\mathbf{x})$ é o tensor de condutividade do meio, μ é a permeabilidade magnética, a qual assumimos como sendo isotrópica e constante, igual à $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$, $J_i(\mathbf{x}, t)$ e $K_i(\mathbf{x}, t)$ são os vetores de densidade de corrente elétrica e densidade de corrente magnética, respectivamente, que descrevem as fontes, e ε_{ijk} é o tensor de Levi-Civita, de modo que os

índices i , j e k variam de 1 a 3, cada, onde o índice 1 está associado ao eixo z , o índice 2 ao eixo x e o índice 3 ao eixo y .

Aplicando a transformada de Fourier direta,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) e^{(+i\omega t)}, \quad (2.3)$$

obtemos as equações de Maxwell no domínio da frequência,

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) = -J_i(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega\mu H_i(\mathbf{x}, \omega) = -K_i(\mathbf{x}, \omega). \quad (2.5)$$

Entretanto, as equações de Maxwell dependem da condutividade do meio. Considerando que o meio que desejamos modelar, um reservatório de hidrocarbonetos, apresenta baixa condutividade, aproximando-se do comportamento de materiais dielétricos, o mais adequado é que convertamos as equações de Maxwell de um regime quase-estático, onde elas estão associadas a meios condutivos, num conjunto de equações de Maxwell associadas a meios não condutivos, onde elas têm um comportamento hiperbólico. No domínio do tempo elas são descritas da seguinte maneira:

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial E_j(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -J_i(\mathbf{x}, t), \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial H_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -K_i(\mathbf{x}, t), \quad (2.7)$$

de modo que, nesta situação as equações de Maxwell dependem do tensor de permissividade dielétrica, $\varepsilon_{ij}(\mathbf{x})$. Aplicando novamente a transformada de Fourier direta, equação 2.3, obtemos a representação das equações de Maxwell hiperbólicas no domínio da frequência,

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) = -J_i(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega\mu H_i(\mathbf{x}, \omega) = -K_i(\mathbf{x}, \omega). \quad (2.9)$$

A fim de estabelecermos uma correspondência entre as equações de Maxwell difusivas, 2.4 e 2.5, e hiperbólicas, 2.8 e 2.9, definimos a seguinte relação:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = 2\omega_0 \varepsilon'_{ij}(\mathbf{x}), \quad (2.10)$$

onde $\epsilon'_{ij}(\mathbf{x})$ é o tensor de permissividade dielétrica fictício. A partir deste ponto, todos os campos e parâmetros associados ao domínio fictício serão indicados pelo símbolo primo. Substituindo a permissividade dielétrica fictícia, equação 2.10, nas equações 2.4 e 2.5, temos:

$$-\epsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + 2\omega_0 \epsilon'_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) = -J_i(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.11)$$

$$\epsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega \mu H_i(\mathbf{x}, \omega) = -K_i(\mathbf{x}, \omega). \quad (2.12)$$

Tais equações devem ser equivalentes às equações de Maxwell hiperbólicas no domínio da frequência, equações 2.8 e 2.9, para tanto, multiplicamos a Lei de Ampère do par de equações anterior, equação 2.11, pela definição de raiz complexa:

$$\sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}}, \quad (2.13)$$

de modo que obtemos o seguinte resultado:

$$-\epsilon_{ijk} \left[\sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} \right] + \sqrt{-2i\omega\omega_0} \epsilon'_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) = -\sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}} J_i(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.14)$$

$$\epsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sqrt{-2i\omega\omega_0} \mu \left[\sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}} H_i(\mathbf{x}, \omega) \right] = -K_i(\mathbf{x}, \omega). \quad (2.15)$$

Assim as equações de Maxwell hiperbólicas assumem a mesma forma das equações de Maxwell difusivas. Comparando o par de equações 2.14 e 2.15, com o par de equações 2.8 e 2.9, obtemos a seguinte relação:

$$-i\omega' = \sqrt{-2i\omega\omega_0}, \quad (2.16)$$

onde, fazendo as devidas manipulações, obtemos

$$\omega' = (i + 1)\sqrt{\omega\omega_0}. \quad (2.17)$$

O par de equações 2.10 e 2.17 é o responsável por estabelecer a correspondência entre um domínio difusivo e um domínio hiperbólico fictício, de modo que os campos e as fontes

nesses dois domínios se relacionam da seguinte maneira:

$$E'_k(\mathbf{x}, \omega') = E_k(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.18)$$

$$H'_k(\mathbf{x}, \omega') = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}} H_k(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.19)$$

$$J'_k(\mathbf{x}, \omega') = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\omega_0}} J_k(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.20)$$

$$K'_k(\mathbf{x}, \omega') = K_k(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.21)$$

permitindo que as equações de Maxwell possam ser escritas da seguinte maneira no domínio fictício:

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H'_k(\mathbf{x}, \omega')}{\partial x_j} - i\omega' \epsilon'_{ij}(\mathbf{x}) E'_j(\mathbf{x}, \omega') = -J'_i(\mathbf{x}, \omega'), \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E'_k(\mathbf{x}, \omega')}{\partial x_j} - i\omega' \mu H'_i(\mathbf{x}, \omega') = -K'_i(\mathbf{x}, \omega'). \quad (2.23)$$

Aplicando a transformada de Fourier inversa,

$$f(t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' F(\omega') e^{-i\omega' t'}, \quad (2.24)$$

temos:

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H'_k(\mathbf{x}, t')}{\partial x_j} + \epsilon'_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial E'_j(\mathbf{x}, t')}{\partial t'} = -J'_i(\mathbf{x}, t'), \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E'_k(\mathbf{x}, t')}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial H'_i(\mathbf{x}, t')}{\partial t'} = -K'_i(\mathbf{x}, t'). \quad (2.26)$$

No domínio fictício temporal, os termos fontes se comportam como a primeira derivada do pulso Gaussiano,

$$J'_n(t') = -2\beta(t' - t_0) \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} e^{-\beta(t' - t_0)^2}, \quad (2.27)$$

onde β e t_0 são definidos como:

$$\beta = \pi f_{max}^2, \quad (2.28)$$

$$t_0 = \frac{\pi}{f_{max}}, \quad (2.29)$$

já que a frequência máxima foi obtida a partir de critérios de dispersão.

As equações 2.25 e 2.26, são o par de equações a ser resolvido por meio da aproximação de diferenças finitas no domínio do tempo (Finite Difference Time Domain - FDTD). Certamente essas equações não representam campos observáveis, entretanto, os campos

resultantes possuem toda a informação necessária para recuperar os campos no domínio difusivo.

Assim, para obtermos a função de Green no domínio da frequência, numa direção k , que descreve a resposta dos campos elétrico, ou magnético, na mesma direção, devido a uma fonte pontual na direção n , é necessário converter os campos do domínio fictício temporal, para o domínio no qual os campos apresentam comportamento difusivo,

$$E_k(\mathbf{x}, \omega) = \int_0^T dt' E'_k(\mathbf{x}, t') e^{-\sqrt{\omega\omega_0}t'} e^{i\sqrt{\omega\omega_0}t'}, \quad (2.30)$$

onde o fator de decaimento $e^{-\sqrt{\omega\omega_0}t'}$, é quem garante que a modelagem seja incondicionalmente estável, que os campos registrados em um menor intervalo de tempo, desde o instante de ativação da fonte no domínio fictício, tenham mais peso que os campos registrados mais tardiamente e que a função de Green no domínio difusivo seja independente de ω_0 , conforme já descrito por Mittet (2010). Além disso, o produto $E'_k(\mathbf{x}, t')e^{-\sqrt{\omega\omega_0}t'}$ garante um conteúdo de frequência temporal maior que $E'_k(\mathbf{x}, t')$ sozinho, permitindo recuperar altas frequências para $E_k(\mathbf{x}, \omega)$, mesmo que o campo no domínio fictício $E'_k(\mathbf{x}, t')$ seja predominantemente composto por baixas frequências. Portanto, o comprimento do espectro ou máxima frequência que pode ser recuperada no domínio difusivo é independente do comprimento do espectro ou da máxima frequência no domínio fictício.

Como estamos interessados na resposta devido à uma fonte pontual, assumimos que a parte espacial da fonte se comporta como uma distribuição de Dirack

$$J'_n(\mathbf{x}_s, t') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) J_n'^T(t'). \quad (2.31)$$

Para convertermos a fonte do domínio fictício temporal, para o domínio condutivo, aplicamos a seguinte equação:

$$J_n^T(\omega) = \sqrt{\frac{-2\omega_0}{i\omega}} \int_0^T dt' J_n'^T(t') e^{-\sqrt{\omega\omega_0}t'} e^{i\sqrt{\omega\omega_0}t'}. \quad (2.32)$$

De posse dos campos e das fontes no domínio para o qual os campos apresentam comportamento difusivo, obtemos a função de Green,

$$G_{kn}^{EJ}(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}_s) = \frac{E_k(\mathbf{x}, \omega)}{J_n^T(\omega)}. \quad (2.33)$$

Esse processo de conversão dos campos e das fontes para a obtenção da função de Green é feito à cada frame de evolução de diferenças finitas, para todos os pontos do modelo, para cada uma das frequências que desejamos investigar.

3 MODELAGEM NUMÉRICA DE DADOS CSEM

A modelagem numérica das equações de Maxwell foi implementada com base no esquema de discretização de Yee (1966), onde "cada ponto do grid corresponde a uma componente do campo elétrico ou magnético numa direção do eixo cartesiano"(Schild, 2009). As componentes do campo elétrico pertencem às arestas das células que compõem o grid, enquanto que as componentes do campo magnético localizam-se no centro das faces das células, figura 3.1. Sendo assim, conforme descrito por Schild (2009), as componentes do campo magnético são cercadas por quatro componentes do campo elétrico e vice-versa, sendo assim, as componentes que cercam um determinado campo, podem ser vistas como integrais por parte ao longo de um retângulo que circunda a componente de um campo ao centro, de modo que essas integrais podem ser vistas como uma aproximação finita do operador rotacional.

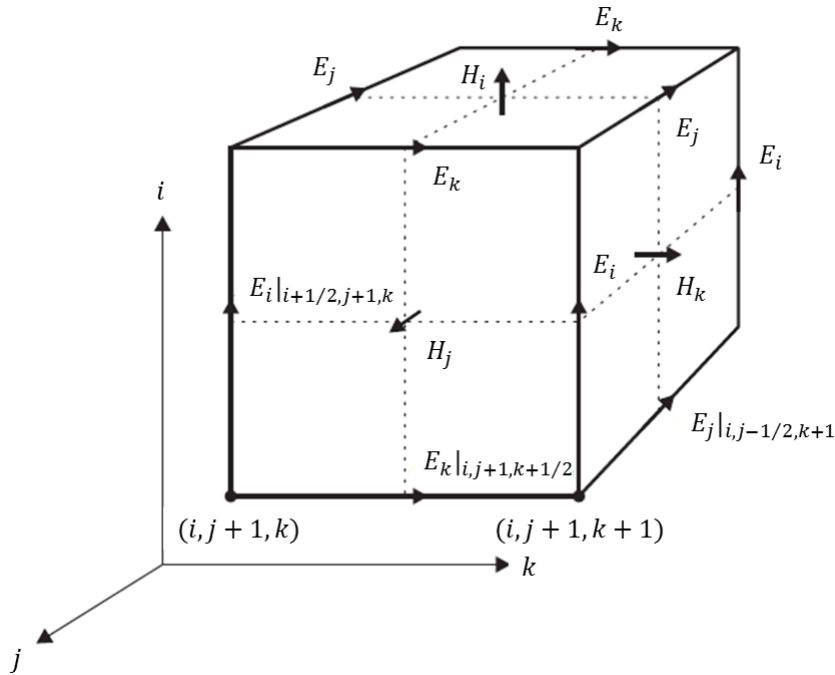


Figura 3.1: Esquema de discretização usando o grid de Yee. Fonte: Schild (2009).

Para solucionarmos as equações de Maxwell numericamente, utilizamos o método de Diferenças Finitas, o qual usa discretizações espaciais e temporais

$$E_k(\mathbf{x}, t) = E_k(x_1, x_2, x_3, t) = E_k(i\Delta x_1, j\Delta x_2, k\Delta x_3, n\Delta t), \quad (3.1)$$

$$H_k(\mathbf{x}, t) = H_k(x_1, x_2, x_3, t) = H_k(i\Delta x_1, j\Delta x_2, k\Delta x_3, n\Delta t), \quad (3.2)$$

onde n é o índice corrente da evolução temporal do experimento, $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ são os

incrementos ao longo das coordenadas x_1, x_2 e x_3 , respectivamente, e Δt é o incremento no domínio do tempo. Para a descrição dos campos no domínio discretizado, utilizamos operadores de derivada avançado

$$\frac{\partial^+ E_k(m)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} E_k \left(m + \frac{1}{2} \right) \approx \frac{1}{\Delta x_j} \sum_{l=1}^L \alpha(l) [E_k(m+l) - E_k(m-(l-1))], \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^+ H_k(m)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} H_k(m) \approx \frac{1}{\Delta x_j} \sum_{l=1}^L \alpha(l) [H_k(m+l) - H_k(m-(l-1))], \quad (3.4)$$

e atrasado

$$\frac{\partial^- E_k(m)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} E_k \left(m - \frac{1}{2} \right) \approx \frac{1}{\Delta x_j} \sum_{l=1}^L \alpha(l) [E_k(m+(l-1)) - E_k(m-l)], \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^- H_k(m)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} H_k(m) \approx \frac{1}{\Delta x_j} \sum_{l=1}^L \alpha(l) [H_k(m+(l-1)) - H_k(m-l)], \quad (3.6)$$

onde m pode representar qualquer uma das três dimensões espaciais, L é o comprimento do operador de diferenças finitas, neste caso utilizamos um operador de comprimento igual a 4 e $\alpha(l)$ são os coeficiente do operador de diferenças finitas, os quais foram obtidos a partir de processos de otimização de alta ordem de Holberg (1987) e encontram-se descritos por Mittet (2010). Esses operadores são bem adaptados a este tipo de grid, mantêm baixos níveis de dispersão espacial e tendem a tornar o processo de simulação dos campos mais robusto do que quando são empregados operadores de alta ordem obtidos por meio de expansão em série de Taylor.

Como nós discretizamos o modelo de acordo com o grid de Yee, descrito por Yee (1966) e Wang e Hohmann (1993), as distâncias ao longo das coordenadas x_1, x_2 e x_3 , podem ser obtidas da seguinte maneira:

$$x_1 = (i - 1)\Delta x_1, \quad (3.7)$$

$$x_2 = (j - 1)\Delta x_2, \quad (3.8)$$

$$x_3 = (k - 1)\Delta x_3, \quad (3.9)$$

utilizamos também a seguinte parametrização,

$$I = i + \frac{1}{2}, \quad (3.10)$$

$$J = j + \frac{1}{2}, \quad (3.11)$$

$$K = k + \frac{1}{2}, \quad (3.12)$$

a fim de garantir a intercalação entre os grids contendo o campo elétrico e o campo

magnético. Assim, a relação entre a permissividade dielétrica e a condutividade pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\eta_{11}(I, j, k) = \epsilon_{11}^{-1}(I, j, k) = \frac{2\omega_0}{\sigma_{11}(I, j, k)}, \quad (3.13)$$

$$\eta_{22}(i, J, k) = \epsilon_{22}^{-1}(i, J, k) = \frac{2\omega_0}{\sigma_{22}(i, J, k)}, \quad (3.14)$$

$$\eta_{33}(i, j, K) = \epsilon_{33}^{-1}(i, j, K) = \frac{2\omega_0}{\sigma_{33}(i, j, K)}. \quad (3.15)$$

Assim, as equações de Maxwell assumem a seguinte configuração no domínio discretizado:

$$H_1^{n+\frac{1}{2}}(i, J, K) = H_1^{n-\frac{1}{2}}(i, J, K) - \Delta t \mu^{-1} \left[\frac{\partial^+}{\partial x_2} E_3^n(i, j, K) - \frac{\partial^+}{\partial x_3} E_2^n(i, J, k) \right], \quad (3.16)$$

$$H_2^{n+\frac{1}{2}}(I, j, K) = H_2^{n-\frac{1}{2}}(I, j, K) - \Delta t \mu^{-1} \left[\frac{\partial^+}{\partial x_3} E_1^n(I, j, k) - \frac{\partial^+}{\partial x_1} E_3^n(i, j, K) \right], \quad (3.17)$$

$$H_3^{n+\frac{1}{2}}(I, J, k) = H_3^{n-\frac{1}{2}}(I, J, k) - \Delta t \mu^{-1} \left[\frac{\partial^+}{\partial x_1} E_2^n(i, J, k) - \frac{\partial^+}{\partial x_2} E_1^n(I, j, K) \right], \quad (3.18)$$

e

$$E_1^{n+1}(I, j, k) = E_1^n(I, j, k) + \Delta t \eta_{11}(I, j, k) \left[\frac{\partial^-}{\partial x_2} H_3^{n+\frac{1}{2}}(I, J, k) - \frac{\partial^-}{\partial x_3} H_2^{n+\frac{1}{2}}(I, j, K) \right], \quad (3.19)$$

$$E_2^{n+1}(i, J, k) = E_2^n(i, J, k) + \Delta t \eta_{22}(i, J, k) \left[\frac{\partial^-}{\partial x_3} H_1^{n+\frac{1}{2}}(i, J, K) - \frac{\partial^-}{\partial x_1} H_3^{n+\frac{1}{2}}(I, J, k) \right], \quad (3.20)$$

$$E_3^{n+1}(i, j, K) = E_3^n(i, j, K) + \Delta t \eta_{33}(i, j, K) \left[\frac{\partial^-}{\partial x_1} H_2^{n+\frac{1}{2}}(I, j, K) - \frac{\partial^-}{\partial x_2} H_1^{n+\frac{1}{2}}(i, J, K) \right]. \quad (3.21)$$

"A contribuição da fonte é adicionada aos campos a cada iteração. A parte espacial do termo fonte é aproximada por uma distribuição de Dirac de espectro limitado"(Mittet, 2010).

Os campos eletromagnéticos devem obedecer às seguintes condições de fronteira, descritas por Wang e Hohmann (1993):

- Continuidade das componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético;
- Continuidade das componentes normais dos vetores de densidade de corrente elétrica e magnética;

para garantir a continuidade dos campos ao longo da interface entre dois meios. Portanto, na modelagem da propagação de campos eletromagnéticos ao longo da subsuperfície, a interface entre o ar e a água deve ser implementada no primeiro nó em subsuperfície, $i = 1$, e as componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético devem sofrer um decaimento na região que compreende todos os nós acima de $i = 1$. Assim, de acordo com Mittet (2010) e Wang e Hohmann (1993), como o comprimento do operador de diferenças finitas utilizado nesta implementação é maior que 1 (um), é necessário fazer uma continuação das componentes horizontais do campos elétrico e magnético na camada de ar. Por estarmos usando malhas intercaladas para amostrar as componentes do campo eletromagnético, próximo a superfície $x_1 = 0$, as componentes horizontais do campo elétrico, E_2 e E_3 , são amostradas em $x_1 = 0$. Enquanto as componentes horizontais do campo magnético, H_2 e H_3 , são amostradas em $x_1 = \frac{-\Delta x_1}{2}$.

Observando que no meio não condutivo sobrejacente (ar), em regime quase-estático, o campo magnético deve obedecer às seguintes equações de campo:

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} = 0, \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 H_j(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i^2} = 0. \quad (3.23)$$

Como o meio sobrejacente é homogêneo, podemos representar o campo na forma

$$H_i(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa_2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa_3 \tilde{H}_i(x_1, \kappa_2, \kappa_3) e^{i(\kappa_2 x_2 + \kappa_3 x_3)}. \quad (3.24)$$

Substituindo esta representação do campo magnético em função do espectro do campo no domínio dos números de onda κ_2 e κ_3 , na equação 3.23, para a componente H_1 , segue que

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_1}{\partial x_1^2} - (\kappa_2^2 + \kappa_3^2) \tilde{H}_1 = 0, \quad x_1 \leq 0. \quad (3.25)$$

A solução desta equação que satisfaz a condição de radiação é

$$\tilde{H}_1(x_1, \kappa_2, \kappa_3) = \tilde{H}_1(0, \kappa_2, \kappa_3) e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2} |x_1|}, \quad x_1 \leq 0. \quad (3.26)$$

Finalmente, a partir da equação 3.22, segue que

$$\frac{d\tilde{H}_2(x_1, \kappa_2, \kappa_3)}{dx_1} = i\kappa_2 \tilde{H}_1(x_1, \kappa_2, \kappa_3), \quad (3.27)$$

$$\frac{d\tilde{H}_3(x_1, \kappa_2, \kappa_3)}{dx_1} = i\kappa_3 \tilde{H}_1(x_1, \kappa_2, \kappa_3). \quad (3.28)$$

Integrado estas equações e considerando que as componentes são amostradas em malhas

intercaladas segue que

$$\tilde{H}_2(x_1, \kappa_2, \kappa_3) = \frac{i\kappa_2}{\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}} e^{-i\frac{\Delta x_2}{2}} e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}|x_1|} \tilde{H}_1(0, \kappa_2, \kappa_3), \quad (3.29)$$

$$\tilde{H}_3(x_1, \kappa_2, \kappa_3) = \frac{i\kappa_2}{\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}} e^{-i\frac{\Delta x_3}{2}} e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}|x_1|} \tilde{H}_1(0, \kappa_2, \kappa_3). \quad (3.30)$$

Estas equações permitem continuar para cima as componentes horizontais com campo magnético, as quais podem ainda ser escritas de forma mais conveniente para implementação na forma

$$\tilde{H}_2\left(x_1 = -\left(i + \frac{1}{2}\right)\Delta x_1, \kappa_2, \kappa_3\right) = e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}i\Delta x_1} \tilde{H}_2\left(x_1 = -\frac{\Delta x_1}{2}, \kappa_2, \kappa_3\right), \quad (3.31)$$

$$\tilde{H}_3\left(x_1 = -\left(i + \frac{1}{2}\right)\Delta x_1, \kappa_2, \kappa_3\right) = e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}i\Delta x_1} \tilde{H}_3\left(x_1 = -\frac{\Delta x_1}{2}, \kappa_2, \kappa_3\right). \quad (3.32)$$

Analogamente, obtemos para a continuação para cima das componentes horizontais do campo elétrico as equações:

$$\tilde{E}_2(x_1 = -i\Delta x_1, \kappa_2, \kappa_3) = e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}i\Delta x_1} \tilde{E}_2(x_1 = 0, \kappa_2, \kappa_3), \quad (3.33)$$

$$\tilde{E}_3(x_1 = -i\Delta x_1, \kappa_2, \kappa_3) = e^{-\sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}i\Delta x_1} \tilde{E}_3(x_1 = 0, \kappa_2, \kappa_3). \quad (3.34)$$

Para evitar que haja uma variação abrupta da condutividade ao longo da interface entre o ar e a água, assume-se nesta implementação que o valor da condutividade no ar corresponde à metade do valor na água.

Para garantir a convergência do sistema de equações usando o método de diferenças finitas para evolução do campo eletromagnético, é necessário e suficiente garantir sua estabilidade. Adicionalmente, para garantir a acurácia da modelagem numérica é necessário assegurar que a dispersão numérica, inevitável devido a amostragem dos campos, esteja dentro de um nível aceitável.

A condição de estabilidade assegura que a causalidade durante a evolução dos campos seja honrada, garantindo soluções estáveis e evitando que os resultados cresçam de forma espúria indefinidamente a medida que os cálculos são feitos, (Fichtner, 2010). Para que esta condição seja satisfeita é necessário que

$$\Delta t < \frac{1}{C_{max} \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta x_2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta x_3}\right)^2}}, \quad (3.35)$$

conhecida como condição CFL, na qual C_{max} indica a velocidade máxima de propagação no modelo.

Para reduzir a dispersão numérica é necessário garantir que o menor comprimento de onda seja amostrado com acurácia suficiente, assegurando que o erro relativo entre

as velocidades de fase e de grupo seja menor que 0,003, limite estabelecido por Holberg (1987). Seguimos a recomendação de Mittet (2010) e estabelecemos o limite mínimo de 4 pontos da malha para o menor comprimento de onda, ou seja, o parâmetro da malha G_{lim} deve satisfazer a desigualdade:

$$G_{lim} \equiv \frac{C_{min}}{\Delta x_{min} f_{max}} \geq 4, \quad (3.36)$$

na qual Δx_{min} é o menor intervalo de discretização no domínio espacial, f_{max} é a frequência máxima emitida pela fonte e C_{min} é a menor velocidade de propagação no domínio fictício. A velocidade de propagação dos campos de onda no domínio fictício é

$$C = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\mu\sigma}}, \quad (3.37)$$

as velocidades máxima e mínima são dadas, respectivamente, por

$$C_{max} = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\mu\sigma_{min}}}, \quad (3.38)$$

$$C_{min} = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\mu\sigma_{max}}}. \quad (3.39)$$

O tempo de difusão corresponde ao máximo intervalo de tempo para que o sinal se propague entre a fonte e o receptor mais afastado, ao longo da água do mar, pode ser obtido a partir da seguinte relação:

$$T_{max} = \frac{n_{max}\Delta x_{min}}{C_{min}}, \quad (3.40)$$

onde n_{max} é o maior valor entre o número de elementos ao longo das direções x ou y .

Entretanto, segundo Mittet (2010), esse intervalo é maior que o tempo realmente necessário para a simulação, uma vez que a velocidade de propagação abaixo do fundo do mar é maior que a velocidade de propagação ao longo da água do mar, fazendo com que os eventos sejam registrados antes do tempo crítico estimado.

4 FRONTEIRAS ABSORVENTES CPML

A determinação das condições de borda no domínio fictício temporal é outro problema mal posto, uma vez que uma série de condições reproduzem corretamente os campos no domínio da frequência difusivo.

Para garantir o amortecimento do campo ao longo das bordas laterais e inferior do modelo, implementamos o método Convolutional Perfectly Matched Layer (CPML), o qual é baseado na extensão da malha do modelo, assim como o método PML; na convolução recursiva entre os campos auxiliares, responsáveis pela atenuação, e os campos elétrico e magnético; e num deslocamento nas frequências complexas dos parâmetros do método PML.

Anteriormente ao método CPML, Kuzuoglu e Mittra (1996) haviam proposto um método baseado no deslocamento das frequências complexas (Complex Frequency Shift - CFS) do método PML a fim de garantir a atenuação de ondas evanescentes, de campos gerados a partir da interação com estruturas longas ou pontiagudas, ou de campos com um amplo intervalo de tempo de propagação. Entretanto, segundo Roden et al. (2000) tal formulação não se tornou muito relevante, devido ao fato de em simulações tridimensionais serem necessários três variáveis auxiliares para a atualização dos campos.

A partir disso, Roden et al. (2000) desenvolveu uma formulação mais eficiente, baseada na extensão da malha do modelo e numa convolução recursiva. Neste trabalho estaremos adequando as definições propostas por Komatitsch e Martin (2007), ao caso eletromagnético, assim, a variável de atenuação, $s_i(t)$, pode ser definida da seguinte maneira:

$$s_i(t) = k_i + \frac{d_i}{\alpha_i + i\omega}, \quad (4.1)$$

onde assumimos os parâmetros k_i e α_i como sendo iguais à 1 e 0, respectivamente. Já d_i foi obtido da seguinte maneira:

$$d_i = d_0 \left(\frac{x_{cpml}}{n_b} \right)^{n_{cpml}}, \quad (4.2)$$

onde x_{cpml} varia de 0 (zero) até a quantidade de pontos da borda, n_b . O parâmetro n_{cpml} foi definido como sendo igual à 2, e d_0 foi obtido da seguinte maneira:

$$d_0 = \frac{-(n_{cpml} + 1)C_{max} \log R_0}{2n_b}, \quad (4.3)$$

onde R_0 é o coeficiente de reflexão para uma incidência normal, o qual definimos como sendo igual à 10^{-7} .

A dependência temporal de $s_i(t)$, resulta numa convolução entre os campos auxiliares

responsáveis pelo decaimento, $\zeta_i(t)$, e os campos elétrico e magnético

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{1}{k_j} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \varepsilon_{ijk} \zeta_j(t) * \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \sigma_{ij} E_j(\mathbf{x}, t) = -J_i(\mathbf{x}, t), \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{1}{k_j} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \varepsilon_{ijk} \zeta_j(t) * \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial H_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -K_i(\mathbf{x}, t). \quad (4.5)$$

Para obtermos os campos auxiliares das equações 4.4 e 4.5, primeiramente rearranjamos a equação 4.1

$$\frac{1}{s_i(\omega)} = \frac{1}{k_i} \frac{\alpha_i}{\left(\alpha_i + \frac{\sigma_{ij}}{k_i}\right) + (-i\omega)} + \frac{(-i\omega)}{k_i} \frac{1}{\left(\alpha_i + \frac{\sigma_{ij}}{k_i}\right) + (-i\omega)}. \quad (4.6)$$

Sabendo que a transformada de Fourier direta de $e^{-\gamma t} H(t)$, onde $H(t)$ é a função Heaviside, é igual a:

$$\mathcal{F} \{e^{-\gamma t} H(t)\} = \frac{1}{\gamma + (-i\omega)}, \quad (4.7)$$

comparando as equações 4.6 e 4.7, podemos dizer que,

$$\gamma_i = \alpha_i + \frac{\sigma_{ij}}{k_i}. \quad (4.8)$$

Assim a equação 4.6 assume a seguinte forma:

$$\frac{1}{s_i(t)} = \frac{\alpha_i}{k_i} [e^{-\gamma_i t} H(t)] + \frac{1}{k_i} \frac{d[e^{-\gamma_i t} H(t)]}{dt}. \quad (4.9)$$

Derivando o termo entre colchetes da equação anterior, temos:

$$\frac{1}{s_i(t)} = \frac{\alpha_i}{k_i} [e^{-\gamma_i t} H(t)] + \frac{1}{k_i} [-\gamma_i e^{-\gamma_i t} H(t) + e^{-\gamma_i t} \delta(t)], \quad (4.10)$$

rearranjando a equação 4.10 e considerando que a função delta de Dirac, $\delta(t)$, só é diferente de zero para o instante $t = 0$, temos:

$$\frac{1}{s_i(t)} = \left[\frac{\alpha_i}{k_i} - \frac{\gamma_i}{k_i} \right] e^{-\gamma_i t} H(t) + \frac{1}{k_i} \delta(t). \quad (4.11)$$

Reagrupando os termos da equação 4.8 e substituindo na equação 4.11, obtemos:

$$\frac{\sigma_{ij}}{k_i} = \gamma_i - \alpha_i, \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{s_i(t)} = \frac{1}{k_i} \delta(t) - \frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} e^{-\gamma_i t} H(t). \quad (4.13)$$

Este é o termo que dará origem ao campo auxiliar $\zeta_i(t)$, a ser convolvido com os campos

elétrico e magnético, os quais serão genericamente representados por $\psi_i(\mathbf{x}, t)$

$$\frac{1}{s_i(t)} * \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} = \left[\frac{1}{k_i} \delta(t) - \frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} e^{-\gamma_i t} H(t) \right] * \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j}, \quad (4.14)$$

$$\frac{1}{s_i(t)} * \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} = \frac{1}{k_i} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} - \frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \int_0^t e^{-\gamma_i(t-\tau)} H(t-\tau) \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, \tau)}{\partial x_j} d\tau. \quad (4.15)$$

Sabendo que a definição da função de Heaviside é

$$H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0, \end{cases} \quad (4.16)$$

temos,

$$\frac{1}{s_i(t)} * \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} = \frac{1}{k_i} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} - \frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \int_0^t e^{-\gamma_i(t-\tau)} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, \tau)}{\partial x_j} d\tau. \quad (4.17)$$

Considerando que o campo auxiliar corresponde ao seguinte termo da equação 4.17,

$$\zeta_i(t) = -\frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \int_0^t e^{-\gamma_i(t-\tau)} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, \tau)}{\partial x_j} d\tau, \quad (4.18)$$

derivando o campo auxiliar em relação ao tempo, temos:

$$\frac{\partial \zeta_i(t)}{\partial t} = -\frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} + \frac{\gamma_i \sigma_{ij}}{k_i^2} \int_0^t e^{-\gamma_i(t-\tau)} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, \tau)}{\partial x_j} d\tau, \quad (4.19)$$

onde o segundo termo a direita da igualdade corresponde ao próprio campo auxiliar multiplicado por γ_i

$$\frac{\partial \zeta_i(t)}{\partial t} - \gamma_i \zeta_i(t) = -\frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j}. \quad (4.20)$$

No domínio temporal discretizado, a equação 4.20 assume a seguinte forma:

$$\frac{\zeta_i^{n+1} - \zeta_i^{n-1}}{2\Delta t} - \frac{\gamma_i (\zeta_i^{n+1} + \zeta_i^{n-1})}{2} = -\frac{\sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t^n)}{\partial x_j}, \quad (4.21)$$

$$\zeta_i^{n+1} - \zeta_i^{n-1} - \Delta t \gamma_i (\zeta_i^{n+1} + \zeta_i^{n-1}) = -\frac{2\Delta t \sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t^n)}{\partial x_j}, \quad (4.22)$$

reagrupando os termos da equação 4.22, temos:

$$(1 - \gamma_i \Delta t) \zeta_i^{n+1} - (1 + \gamma_i \Delta t) \zeta_i^{n-1} = -\frac{2\Delta t \sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t^n)}{\partial x_j}, \quad (4.23)$$

$$\zeta_i^{n+1} = \frac{(1 + \gamma_i \Delta t)}{(1 - \gamma_i \Delta t)} \zeta_i^{n-1} - \frac{2\Delta t \sigma_{ij}}{k_i^2} \frac{\partial \psi_k(\mathbf{x}, t^n)}{\partial x_j} \frac{1}{(1 - \gamma_i \Delta t)}. \quad (4.24)$$

Portanto, faremos a convolução dos campos elétrico e magnético, não com o campo auxiliar em si, como originalmente proposto por Roden et al. (2000), mas sim com a derivada deste.

Sendo assim, na prática os campos elétrico e magnético são atualizados ao longo de todo o modelo por meio de FDTD, e apenas na região onde deve ocorrer o amortecimento dos campos é feita a convolução, de modo que os campos auxiliares só são diferentes de zero na região compreendida pela borda. Desta maneira, foi possível garantir o decaimento do campos, inclusive para meios anisotrópicos, de uma maneira eficiente, em termos de memória computacional, em uma região com apenas 11 (onze) pontos de espessura.

5 MÉTODO DOS ESTADOS ADJUNTOS APLICADO AO CSEM

A inversão de dados CSEM tem por objetivo obter um modelo de resistividade da sub-superfície que explique os dados observados. A inversão é um processo iterativo, "onde o modelo de resistividade é modificado a cada iteração buscando minimizar a diferença entre os dados observados e os dados sintéticos calculados com base no modelo atual deste ponto do processo de inversão"(Støren et al., 2008). Vários métodos podem ser usados para minimizar o desajuste entre os dados observados e modelados. Neste trabalho pressupomos a implementação da inversão usando métodos quase-Newton, os quais demandam a avaliação do gradiente da função-objetivo de otimização a cada iteração. Seguindo da formulação de Chavent (2010), apresentamos o método de estados adjuntos e sua aplicação para calcular o gradiente, em relação ao modelo de condutividade, da função-objetivo que avalia o ajuste dos dados pelo método de quadrados mínimos.

O ajuste de dados eletromagnéticos usando o critério de quadrados mínimos tem como função-objetivo de otimização, χ :

$$\begin{aligned} \chi(E_i, H_i, \sigma_{ij}) &= \frac{1}{2} \sum_f \sum_r \sum_\omega \sum_{i=1}^3 W^E |E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})|^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_f \sum_r \sum_\omega \sum_{i=1}^3 W^H |H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})|^2, \quad (5.1) \end{aligned}$$

onde o primeiro somatório em f está associado a todas as posições da fonte, o somatório em r sobre todas as posições dos receptores, o somatório em ω sobre todas as frequências registradas e o somatório em i sobre todas as componentes registradas do campo eletromagnético. W^E e W^H são funções de ponderação dos resíduos que, neste caso, corresponde à amplitude dos dados observados, conforme sugerem Plessix e Mulder (2008). $E_i^{obs}(\omega, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_f)$ corresponde a i -ésima componente do campo elétrico observado pelo receptor na posição \mathbf{x}^r , devido a uma fonte localizada em \mathbf{x}^f , para uma determinada frequência ω ; $E_i(\omega, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_f)$ indica a correspondente componente modelada. Analogamente, $H_i^{obs}(\omega, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_f)$ indica as componentes do campo magnético observado e $H_i(\omega, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_f)$ indica a correspondente componente do campo magnético modelada para a mesma configuração de de fonte e receptor.

A dependência da função-objetivo, equação 5.1, do modelo de condutividade é dada pelas equações de Maxwell, descritas em notação indicial pelas equações 2.1 e 2.2.

Na descrição do método de estados adjuntos, o sistema de equações que relaciona as grandezas observáveis aos parâmetros do modelo é denominado equações de estado do sistema. Este sistema de equações é formalmente descrito pela relação $\mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}$, em

que \mathbf{p} representa os parâmetros do modelo e \mathbf{y} as grandezas observáveis. Para o caso eletromagnético,

$$\mathbf{y} \equiv (E_i, H_i) \in Y = \mathfrak{R}^c \quad (5.2)$$

na qual Y , segundo Chavent (2010), indica uma variedade cujo espaço tangente, $\delta Y = \mathfrak{R}^c$, possui a dimensão necessária para especificar as equações de estado, no caso eletromagnético os campos E_i e H_i . O modelo a ser estimado para o caso eletromagnético é a condutividade elétrica, ou seja,

$$\mathbf{p} \equiv (\sigma_{ij}) \in M, \quad (5.3)$$

na qual σ_{ij} representa as componentes do tensor de condutividade elétrica e M indica o espaço de parâmetros.

As equações de estado $\mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}$ estabelecem vínculos que devem ser obedecidos em todo o domínio de propagação Ω , para todas as frequências ω observadas. O método dos estados adjuntos pode ser compreendido como uma extensão do método dos multiplicadores de Lagrange. Para estabelecer esta extensão torna-se necessário introduzir o produto interno:

$$\langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) \rangle_Z, \quad (5.4)$$

no qual o campo de estado adjunto, $\boldsymbol{\lambda}$, corresponde aos multiplicadores de Lagrange, isto é,

$$\boldsymbol{\lambda} \equiv (\lambda_i^E, \lambda_i^H) \in Z = \mathfrak{R}^c, \quad (5.5)$$

de modo que Z possui a mesma dimensão de Y ; λ_i^E indica o campo adjunto associado a equação 5.7 e λ_i^H indica o campo adjunto associado a equação 5.8. Com este formalismo a extensão do método dos multiplicadores de Lagrange para o método de estados adjuntos corresponde a otimizar sem vínculos o funcional:

$$\mathcal{L}(\mathbf{y}, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}) = \chi(\mathbf{y}) + \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) \rangle_Z. \quad (5.6)$$

Para o caso eletromagnético, as equações de estado, $\mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}$, são

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) + J_i(\mathbf{x}, \omega) = 0, \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega\mu H_i(\mathbf{x}, \omega) + K_i(\mathbf{x}, \omega) = 0. \quad (5.8)$$

Consequentemente, a Lagrangeana para o ajuste por quadrados mínimos é

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(E_i, H_i, \sigma_{ij}, \lambda_i^E, \lambda_i^H) = & \frac{1}{2} \sum_f \sum_r \sum_\omega \left\{ \sum_{i=1}^3 W^E |E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})|^2 \right. \\
& \left. + \sum_{i=1}^3 W^H |H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})|^2 \right\} \\
+ \mathcal{Re} \left\{ \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \mathbf{x}^f, \omega) \left[-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial H_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) + J_i(\mathbf{x}, \omega) \right] \right\} \\
+ \mathcal{Re} \left\{ \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \mathbf{x}^f, \omega) \left[\varepsilon_{ijk} \frac{\partial E_k(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega \mu H_i(\mathbf{x}, \omega) + K_i(\mathbf{x}, \omega) \right] \right\}, \quad (5.9)
\end{aligned}$$

na qual \mathcal{Re} indica a parte real de um número complexo. Para simplificar a notação esta operação será aplicada apenas ao resultado final e, a seguir, não aparece explicitamente nas operações envolvidas na dedução do gradiente.

O gradiente da função-objetivo corresponde ao gradiente da Lagrangeana,

$$\langle \nabla_{\mathbf{m}\chi}, \delta \mathbf{p} \rangle_M = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{p}}(E_i, H_i, \sigma_{ij}, \lambda_i^E, \lambda_i^H) \delta \mathbf{p}, \quad \forall \delta \mathbf{p} \in M, \quad (5.10)$$

se \mathbf{y} for solução das equações de estado,

$$\mathbf{e}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}. \quad (5.11)$$

Nestas condições, $\boldsymbol{\lambda}$ deve obedecer as equações de estado adjunto:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{y}}(E_i, H_i, \sigma_{ij}, \lambda_i^E, \lambda_i^H) \delta \mathbf{y} = 0, \quad \forall \delta \mathbf{y} \in \delta \mathbf{y}. \quad (5.12)$$

A seguir avaliaremos estas relações explicitamente.

Para determinar a variação do funcional consideraremos variações tanto nas configurações do campo como na condutividade elétrica. Pressupondo a convenção da soma sobre índices repetidos nos fatores, podemos escrever a variação da Lagrangeana formalmente pela expressão:

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E_i} \delta E_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H_i} \delta H_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma_{ij}} \delta \sigma_{ij}, \quad (5.13)$$

a derivada da Lagrangiana em relação as componentes de $\boldsymbol{\lambda}$ resulta nas equações de estado, as quais são iguais a zero e, portanto, não influenciam na variação do funcional.

Consequentemente,

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L} = & W^E \frac{\partial\chi^E}{\partial E_i} \delta E_i + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) [\delta\sigma_{ij}(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x}, \omega) + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \delta E_j(\mathbf{x}, \omega)] \\
& + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \left[\varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta E_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} \right] \\
& + W^H \frac{\partial\chi^H}{\partial H_i} \delta H_i + \mathcal{R} \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \left[-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} \right] \\
& + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) [-i\omega\mu\delta H_i(\mathbf{x}, \omega)] \\
& + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \sum_{i=1}^3 \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) \delta\sigma_{ij}(\mathbf{x}), \tag{5.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L} = & \left(W^E \frac{\partial\chi^E}{\partial E_i} \delta E_i + W^H \frac{\partial\chi^H}{\partial H_i} \delta H_i \right) \\
& + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \left[-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} + \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \delta E_i(\mathbf{x}, \omega) \right] \\
& + 2 \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) \delta\sigma_{ij}(\mathbf{x}) \\
& + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \left[\varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta E_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} - i\omega\mu\delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \right]. \tag{5.15}
\end{aligned}$$

Considerando, na expressão acima, apenas as parcelas de $\delta\mathcal{L}$ ponderadas por $\lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega)$, temos:

$$\begin{aligned}
& \sum_f \sum_\omega \left[- \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{i=1}^3 \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \delta E_j(\mathbf{x}, \omega) \right], \tag{5.16}
\end{aligned}$$

aplicando integração por partes no primeiro termo da expressão anterior temos:

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} = & \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \frac{\partial}{\partial x_j} [\varepsilon_{ijk} \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \delta H_k(\mathbf{x}, \omega)] \\
& - \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta H_k(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial\lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j}. \tag{5.17}
\end{aligned}$$

O primeiro termo à direita da igualdade, da equação 5.17 corresponde à integral de um divergente, portanto, podemos aplicar o teorema de Gauss a esta integral. Considerando

que o vetor \mathbf{n} indica a direção normal à fronteira do domínio, $\partial\Omega$, segue que

$$\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \frac{\partial}{\partial x_j} [\varepsilon_{ijk} \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \delta H_k(\mathbf{x}, \omega)] = \int_{\partial\Omega(\mathbf{x})} dS n_j \varepsilon_{ijk} \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \delta H_k(\mathbf{x}, \omega). \quad (5.18)$$

Em notação vetorial a integral na fronteira pode ser escrita na forma

$$\int_{\partial\Omega(\mathbf{x})} dS \delta \mathbf{H}(\mathbf{x}, \omega) \cdot \boldsymbol{\lambda}^E \times \mathbf{n}. \quad (5.19)$$

Portanto, esta integral se anula se

$$\mathbf{n} \times \boldsymbol{\lambda}^E(\mathbf{x}, \omega)|_{\partial\Omega} = 0. \quad (5.20)$$

Esta condição é satisfeita em todas as fronteiras do modelo. O meio sobrejacente ao mar é um semi-espço homogêneo ilimitado. Nas outras fronteira, devido as condições de fronteira absorventes o campo adjunto para o meio se anula. Conseqüentemente,

$$\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial (\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} = \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^E(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j}. \quad (5.21)$$

Considerando agora, na equação 5.15, apenas as parcelas ponderadas por $\lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega)$, temos:

$$\sum_f \sum_{\omega} \left[\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial (\delta E_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^3 \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) i\omega\mu \delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \right], \quad (5.22)$$

efetuando integração por partes ao primeiro termo da expressão anterior, obtêm-se

$$\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial (\delta E_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} = \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \frac{\partial}{\partial x_j} [\varepsilon_{ijk} \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \delta E_k(\mathbf{x}, \omega)] - \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta E_k(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j}. \quad (5.23)$$

Aplicando o teorema de Gauss à primeira parcela à direita da igualdade da equação 5.23, segue que

$$\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \frac{\partial}{\partial x_j} [\varepsilon_{ijk} \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \delta E_k(\mathbf{x}, \omega)] = \int_{\partial\Omega(\mathbf{x})} dS n_j \varepsilon_{ijk} \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \delta E_k(\mathbf{x}, \omega) \quad (5.24)$$

Em notação vetorial a integral na fronteira pode ser escrita na forma

$$\int_{\partial\Omega(\mathbf{x})} dS \delta \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) \cdot \boldsymbol{\lambda}^H \times \mathbf{n}. \quad (5.25)$$

Portanto esta integral se anula se

$$\mathbf{n} \times \boldsymbol{\lambda}^H(\mathbf{x}, \omega)|_{\partial\Omega} = 0 . \quad (5.26)$$

Esta condição é satisfeita em todas as fronteiras do modelo. O meio subjacente ao mar é um semi-espço homogêneo ilimitado. Nas outras fronteira, devido as condições de fronteira absorventes o campo adjunto para o meio se anula. Conseqüentemente,

$$\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial(\delta H_k(\mathbf{x}, \omega))}{\partial x_j} = \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta E_i(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^H(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} . \quad (5.27)$$

Substituindo as equações 5.21 e 5.27 na equação da derivada da Lagrangiana, 5.15, esta pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L} = & \sum_f \sum_\omega \sum_r \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r) \{ W^E [E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})] \delta E_i \\ & + W^H [H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})] \delta H_i \} \\ & + \sum_f \sum_\omega \left[\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^E(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) \sigma_{ij} \delta E_j(\mathbf{x}, \omega) \right] \\ & + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) \delta \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \\ & + \sum_f \sum_\omega \left[- \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta E_i(\mathbf{x}, \omega) \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^H(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} \right. \\ & \left. - \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) i\omega \mu \delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \right] . \end{aligned} \quad (5.28)$$

Finalmente, colocando-se em evidência na expressão acima as variações dos campos elétrico e magnético:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L} = & \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta E_i(\mathbf{x}, \omega) \left\{ -\varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^H(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sigma_{ji} \lambda_j^E(\mathbf{x}, \omega) \right. \\ & \left. + \sum_r \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r) W^E [E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})] \right\} \\ & + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta H_i(\mathbf{x}, \omega) \left\{ \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^E(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega \mu \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) \right. \\ & \left. + \sum_r \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r) W^H [H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^s, \omega | \sigma_{ij})] \right\} \\ & + \sum_f \sum_\omega \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta \sigma_{ij} \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) . \end{aligned} \quad (5.29)$$

Exigindo-se que a equação 5.12 seja satisfeita, obtemos o seguinte sistema de equações

para os campos adjuntos $\boldsymbol{\lambda}^E$ e $\boldsymbol{\lambda}^H$:

$$-\varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^H(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} + \sigma_{ij} \lambda_j^E(\mathbf{x}, \omega) = - \sum_r \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r) W^E [E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega)], \quad (5.30)$$

$$\varepsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda_k^E(\mathbf{x}, \omega)}{\partial x_j} - i\omega\mu \lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega) = - \sum_r \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r) W^H [H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega) - H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega)] . \quad (5.31)$$

Se os campos adjuntos obedecem as equações 5.30 e 5.31, a variação da Lagrangeana (equação 5.29) se reduz a expressão 5.10 e podemos identificar o gradiente da função-objetivo:

$$\langle \nabla_{\mathbf{m}} \chi, \delta \mathbf{m} \rangle_M = \mathcal{R}e \left\{ \sum_f \sum_{\omega} \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\Omega \delta \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) \right\}, \quad (5.32)$$

alternativamente, podemos escrever:

$$\left. \frac{\partial \chi}{\partial \sigma_{ij}} \right|_{\mathbf{x}} = \mathcal{R}e \left\{ \sum_f \sum_{\omega} \lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega) E_j(\mathbf{x}, \omega) \right\}. \quad (5.33)$$

Este resultado indica que a determinação do gradiente da função-objetivo requer duas modelagens por cada posição da fonte. Uma modelagem direta para determinar os campos eletromagnéticos e uma adjunta para determinar $\boldsymbol{\lambda}^E$ e $\boldsymbol{\lambda}^H$. Obtidos estes campos o gradiente em cada ponto do domínio do modelo pode ser obtido pela equação 5.33.

Os termos fontes das equações 5.30 e 5.31, à direita das igualdades, correspondem ao resíduo entre os campos eletromagnéticos observado e calculado. Entretanto, nós só teremos o resíduo para algumas frequências, e como a modelagem dos campos adjuntos será implementada no domínio fictício temporal, a estimativa do pulso fonte configura-se como um problema mal posto, uma vez que diversas formas de onda no domínio fictício ajustam o espectro observado no domínio para o qual os campos apresentam um comportamento difusivo. Sendo assim, como o resíduo entre os campos produz um resultado da mesma ordem de grandeza, encontrar sua representação no domínio fictício, implica em solucionar uma equação semelhante a da conversão dos campos,

$$E_k(\mathbf{x}^r, \omega_m) = \sum_{n=1}^{N_t} \Delta t' e^{-\sqrt{\omega_m \omega_0} t'_n} e^{i\sqrt{\omega_m \omega_0} t'_n} E_k'(\mathbf{x}^r, t'_n), \quad m = 1, \dots, N_{\omega}, \quad (5.34)$$

em que m é o índice corrente das frequências que desejamos ajustar, N_{ω} é a quantidade

total de frequências que desejamos investigar, e N_t é a quantidade total de intervalos da evolução temporal do experimento.

Entretanto, diversas formas de onda no domínio fictício, $E'_k(\mathbf{x}^r, t'_n)$, ajustam o espectro no domínio para o qual os campos apresentam um comportamento difusivo, $E_k(\mathbf{x}^r, \omega_m)$, de modo que esta estimativa do pulso no domínio fictício temporal a partir de poucas amostras no domínio da frequência, para o qual os campos apresentam um comportamento difusivo, torna o sistema sub-determinado. O sistema que descreve a obtenção dos campos no domínio fictício temporal possui a seguinte forma:

$$E_k(\mathbf{x}_r, \omega_m) = A_{mn} E'_k(\mathbf{x}_r, t_n), \quad (5.35)$$

onde

$$A_{mn} = \sum_{n=1}^{N_t} \Delta t' e^{-\sqrt{\omega_m \omega_0} t'_n} e^{i\sqrt{\omega_m \omega_0} t'_n}. \quad (5.36)$$

Em notação matricial esse sistema assume a seguinte forma:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{h}. \quad (5.37)$$

Para solucionarmos este sistema, utilizamos a abordagem de Claerbout (2003), de aplicação de regularização, ou condicionamento, ao modelo. A aplicação de um operador de regularização, \mathbf{R} , ao pulso no domínio do tempo, implica num sistema linear da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda_t \mathbf{R} \end{pmatrix} \mathbf{h} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (5.38)$$

de modo que o operador \mathbf{R} é chamado de operador de *roughening*. Neste trabalho, optamos por implementar um operador de condicionamento, \mathbf{P} , que, diferentemente do operador de regularização, é um operador de suavização, *smoothing*, que geralmente é proporcional ao inverso de \mathbf{R} , assim,

$$\mathbf{P} \approx \mathbf{R}^{-1}, \quad (5.39)$$

$$\mathbf{P}\mathbf{R} = \mathbf{I}, \quad (5.40)$$

onde \mathbf{I} representa a matriz identidade.

Nesta implementação, optamos por fazer com que cada linha da matriz \mathbf{P} corresponda ao pulso Ricker,

$$P_{in} = (1 - 2\pi f_p (t_i - t_n)^2) e^{-\pi f_p (t_i - t_n)^2}, \quad (5.41)$$

onde f_p é a frequência pico do pulso, a qual optamos por ser igual à 5 Hz.

Parametrizando \mathbf{h} :

$$\mathbf{h} = \mathbf{P}\mathbf{y}, \quad (5.42)$$

o sistema linear assume a seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{AP} \\ \lambda_t \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (5.43)$$

Uma vez solucionado o sistema, substituímos \mathbf{y} na equação 5.42 e obtemos o pulso no domínio fictício temporal, o qual deve ser suave e causal, de modo que seu espectro contenha todo o conteúdo de frequência que desejamos investigar no domínio para o qual os campos apresentam um comportamento difusivo.

6 VALIDAÇÃO

Nesta seção buscamos comprovar a eficácia dos algoritmos de modelagem no domínio do tempo, utilizando o princípio da correspondência. Para validarmos as modelagens 1D comparamos as respostas obtidas numericamente a partir do algoritmo desenvolvido com as respostas obtidas analiticamente, para um meio verticalmente estratificado com camadas planas, método proposto por Løseth e Ursin (2007). Já para a validação das modelagens 2.5D, comparamos as respostas obtidas por meio do algoritmo desenvolvido, com as respostas obtidas a partir de uma modelagem no domínio da frequência utilizando o método dos Elementos Finitos para a discretização do modelo numa malha triangular.

Antes de avaliarmos a eficácia da metodologia proposta para a obtenção dos campos eletromagnéticos, faz-se necessário avaliarmos os aspectos atrelados à estimativa do pulso fonte. Para a modelagem dos campos adjuntos no domínio do tempo, é necessário estimar um pulso fonte no domínio não condutivo, de tal maneira que no domínio condutivo ele ajuste o espectro observado e contenha todas as frequências desejadas, para tanto, utilizamos o método de gradientes conjugados com condicionamento, proposto por Golub (2012), onde utilizamos o pulso Ricker, o qual é um método alternativo ao de Mittet (2010), onde ele usa uma superposição de pulsos analíticos, descritos pela primeira derivada do pulso Gaussiano, para estimar o pulso fonte.

A figura 6.1 a seguir ilustra a assinatura do pulso fonte no domínio do tempo, obtido a partir de ambas as metodologias.

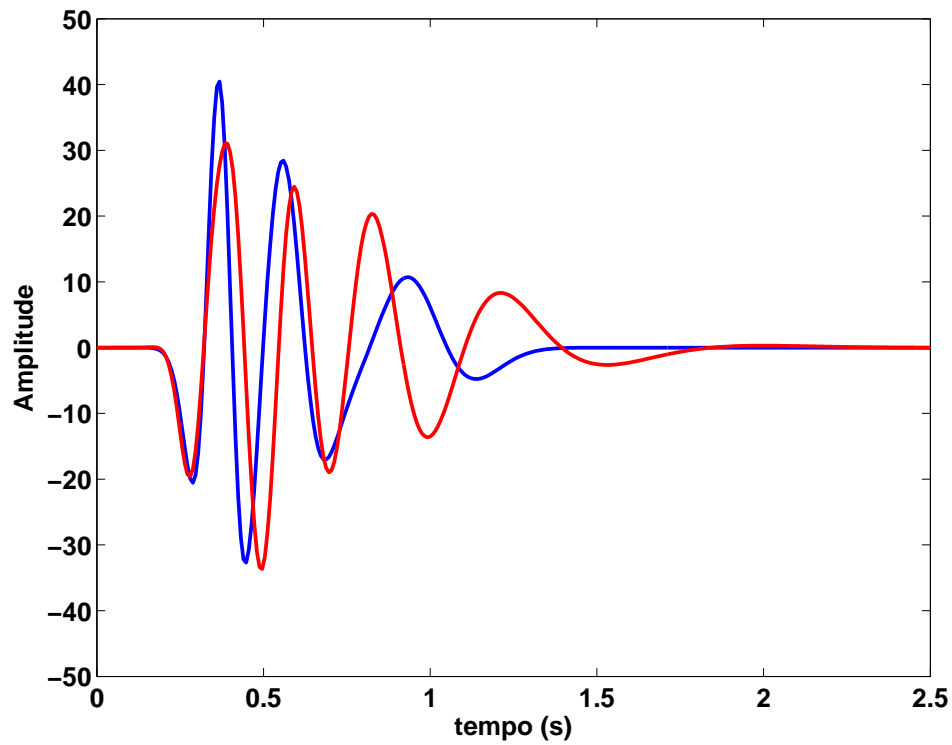


Figura 6.1: Pulso fonte no domínio fictício temporal. A curva em azul corresponde ao pulso estimado a partir de gradientes conjugados com condicionamento e a curva em vermelho corresponde ao pulso fonte obtido a partir da superposição de pulsos analíticos.

Conforme podemos perceber, ambas as metodologias produzem pulsos bem comportados, entretanto o pulso obtido a partir do método de gradientes conjugados com condicionamento estabiliza em um intervalo de tempo menor que o pulso obtido a partir da metodologia de Mittet (2010).

A figura 6.2 ilustra o comportamento dos pulsos no domínio da frequência em regime condutivo.

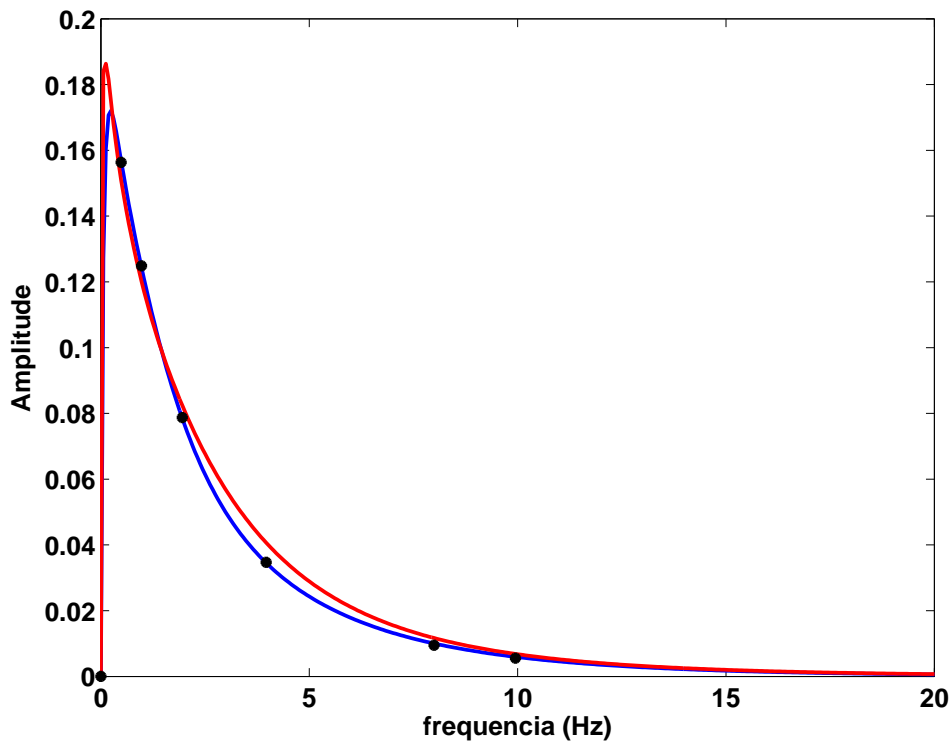


Figura 6.2: Pulso fonte no domínio da frequência em regime condutivo, onde os pontos pretos representam as frequências para as quais desejamos avaliar os campos.

Avaliando a figura 6.2, notamos que o pulso obtido a partir do método dos gradientes conjugados condicionado pelo pulso Ricker, curva azul, ajustou melhor o espectro desejado, do que o pulso obtido a partir da superposição de pulsos analíticos proposta por Mittet (2010).

6.1 VALIDAÇÃO 1D

Conforme dito anteriormente, para corroborarmos os resultados obtidos por meio da modelagem no domínio do tempo por diferenças finitas de modelos 1D, utilizamos a solução analítica dos campos conforme a metodologia proposta por Løseth e Ursin (2007), para tanto implementamos um modelo com 20 *km* de extensão ao longo das direções leste-oeste e norte-sul, e 5 *km* de profundidade, formado por quatro camadas horizontais plano-paralelas, a primeira camada representa a coluna de água, com 250 *m* de espessura e resistividade de 0.3125 $\Omega.m$, a segunda camada representa o meio encaixante com 1000 *m* de espessura e 1.5 $\Omega.m$ de resistividade, a terceira camada representa o reservatório de hidrocarbonetos, o qual possui uma espessura de 100 *m* e 50 $\Omega.m$ de resistividade, já a quarta camada representa o semi-espaço com 2 $\Omega.m$ de resistividade. Os modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo descrito anteriormente, estão ilustrados na figura 6.3.

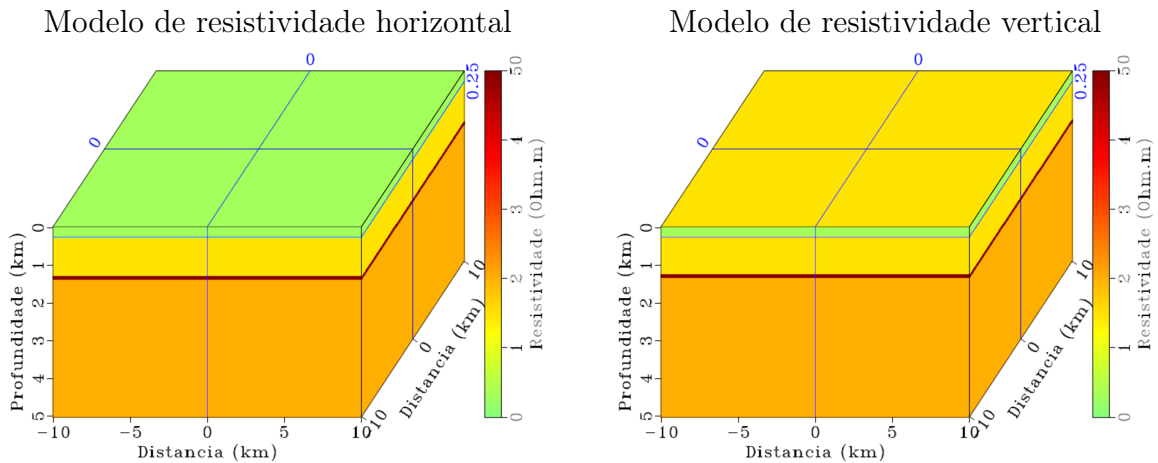


Figura 6.3: Modelos de resistividade horizontal e vertical utilizados para comparar com método analítico de Løseth e Ursin (2007).

Para a modelagem em questão, utilizamos uma discretização espacial de 50 m ao longo das direções x e z , e de 100 m ao longo da direção y , com receptores a cada 50 m ao longo da direção x dispostos no centro do modelo em relação ao eixo y , a uma profundidade de 200 m a partir da superfície do modelo, e uma fonte localizada no centro do modelo, a uma profundidade de 250 m . A amostragem temporal do campos foi feita a cada 20 ms , de modo que a comparação entre os resultados obtidos a partir do método analítico e do método numérico está ilustrada na figura 6.4.

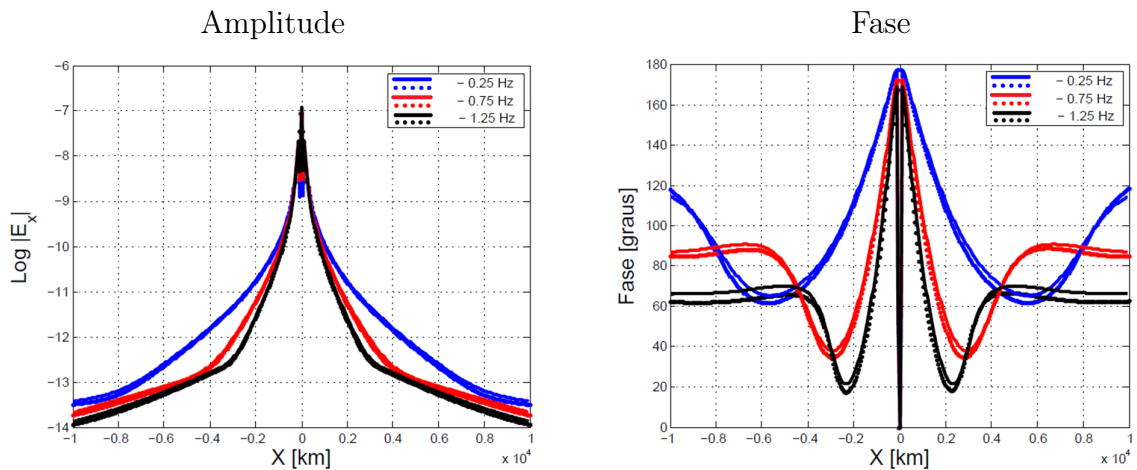


Figura 6.4: Comparação entre a amplitude e a fase dos campos obtidos pelo método analítico de Løseth e Ursin (2007), linha cheia, e pela modelagem por meio do método de FDTD, linha pontilhada, para as frequências de 0.25 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Conforme podemos perceber pelos gráficos de amplitude e fase dos campos na figura 6.4, os resultados obtidos a partir dos dois métodos são muito semelhantes, havendo uma pequena discrepância para frequências mais altas, em consonância com os resultados já obtidos por Mittet (2010), onde ele ressalta que essa discrepância é da ordem de 1 grau

para a frequência de 0.25 Hz e de 4 graus para a frequência de 1.25 Hz , o que, ainda acordo com Mittet (2010), corresponde a metade do intervalo de amostragem temporal dos campos.

Além disso, considerando que os receptores mais próximos à fonte irão captar o campo que se propaga diretamente da fonte para o receptor através da lâmina d'água e dos sedimentos mais rasos, enquanto os receptores localizados na porção intermediária serão responsáveis pelo sinal das respostas geradas devido as anomalias galvânicas e indutivas geradas pelas estruturas em subsuperfície e o sinal captado pelos receptores localizados na porção mais distal será dominado pelas air-waves, conforme já constatado por Um (2007), notamos que, para as frequências mais baixas o sinal apresenta uma amplitude maior, bem como a região do sinal dominada por respostas devido à anomalias na subsuperfície é mais extensa, aumentando a distância crítica para a qual as air-waves dominam o sinal, bem assinalada na fase do campo elétrico, uma vez que esta passa a ter um comportamento linear.

6.2 VALIDAÇÃO 2.5D

Para validarmos o algoritmo de modelagem 2.5D no domínio do tempo, utilizando o princípio da correspondência, comparamos os resultados obtidos a partir desta metodologia com os resultados obtidos a partir de uma modelagem no domínio da frequência utilizando o método dos Elementos Finitos para a discretização do modelo numa malha triangular, a partir do algoritmo fornecido por Deivid Nascimento, geofísico da Petrobras. Para tanto, utilizamos um modelo com 30 km ao longo da direção leste-oeste, 20 km ao longo da direção norte-sul e 14 km de profundidade. Os modelos de resistividade horizontal e vertical são iguais e encontram-se ilustrados na figura 6.5.

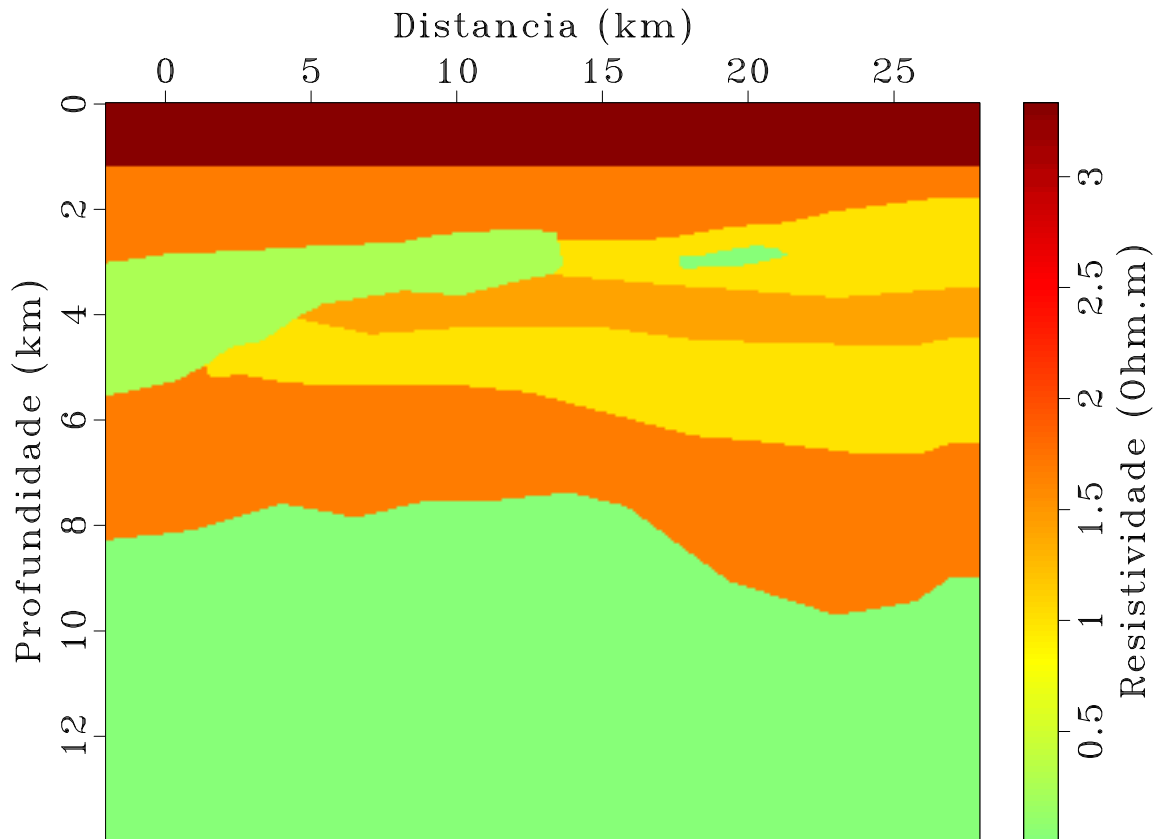


Figura 6.5: Modelo de resistividade utilizado para validação da modelagem 2.5D.

Para a modelagem em questão, utilizamos uma discretização espacial de 50 m ao longo da direção z , e de 100 m ao longo das direções x e y , com receptores a cada 100 m ao longo da direção x dispostos no centro do modelo em relação ao eixo y , a uma profundidade de 950 m a partir da superfície do modelo, e uma fonte localizada no centro do modelo, a uma profundidade de 1000 m . A amostragem temporal dos campos na modelagem no domínio do tempo foi feita a cada 20 ms , de modo que a comparação entre os resultados obtidos a partir dos dois métodos está ilustrada na figura 6.6.

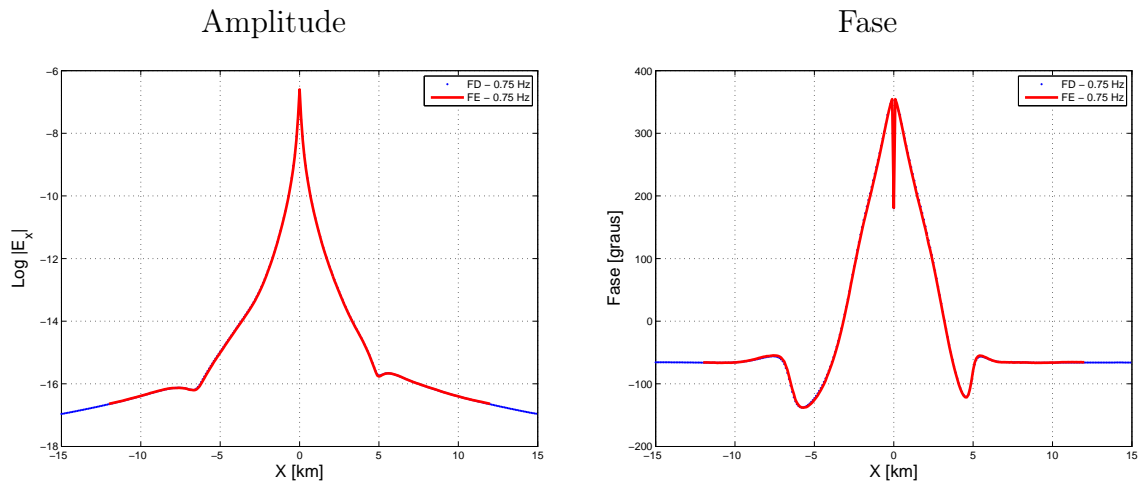


Figura 6.6: Comparação entre a amplitude e a fase dos campos obtidos a partir da modelagem no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência, por meio de Diferenças Finitas, curva azul, e da modelagem no domínio da frequência por meio de Elementos Finitos, curva vermelha, para a frequência de 0.75 Hz .

Conforme podemos perceber, tanto a amplitude quanto a fase dos campos apresentaram resultados bem comportados, sendo as respostas, obtidas a partir de ambas as metodologias, muito semelhantes entre si, comprovando a eficácia de modelagens 2.5D no domínio do tempo, utilizando o princípio da correspondência, para a obtenção dos campos eletromagnéticos.

7 RESULTADOS

Tendo nos certificado que a metodologia utilizada para a obtenção dos campos eletromagnéticos está em consonância com a solução analítica das equações de Maxwell, buscamos averiguar se o gradiente a ser utilizado na inversão de dados CSEM, obtido a partir do método dos estados adjuntos é compatível com resultados obtidos a partir de outras metodologias, para tanto compararemos os resultados obtidos pelo método aqui proposto com o resultados obtidos por Støren et al. (2008), onde ele faz uso de funções de Green para obter o campo devido a uma perturbação no modelo, para então calcular o gradiente. Tais resultados estão descritos na seção seguinte.

7.1 RESULTADOS PARA MODELAGEM 3D

Para avaliarmos o comportamento dos campos eletromagnéticos no domínio fictício, os quais devem ser muito semelhantes aos campos sísmicos acústicos "compartilhando propriedades como reflexão, transmissão, refração e difração"(Mittet, 2015), analisamos os campos obtidos para o modelo representado pela figura 7.1, o qual possui 5 km de extensão ao longo das direções leste-oeste e norte-sul, e 3 km de profundidade, com um reservatório transversalmente isotrópico de 50 $\Omega.m$ de resistividade, com 2 km de extensão ao longo das direções leste-oeste e norte-sul, e 100 m de espessura, imerso num meio encaixante de 1.5 $\Omega.m$ de resistividade, sob uma lâmina d'água de 500 m de espessura com 0.3125 $\Omega.m$ de resistividade.

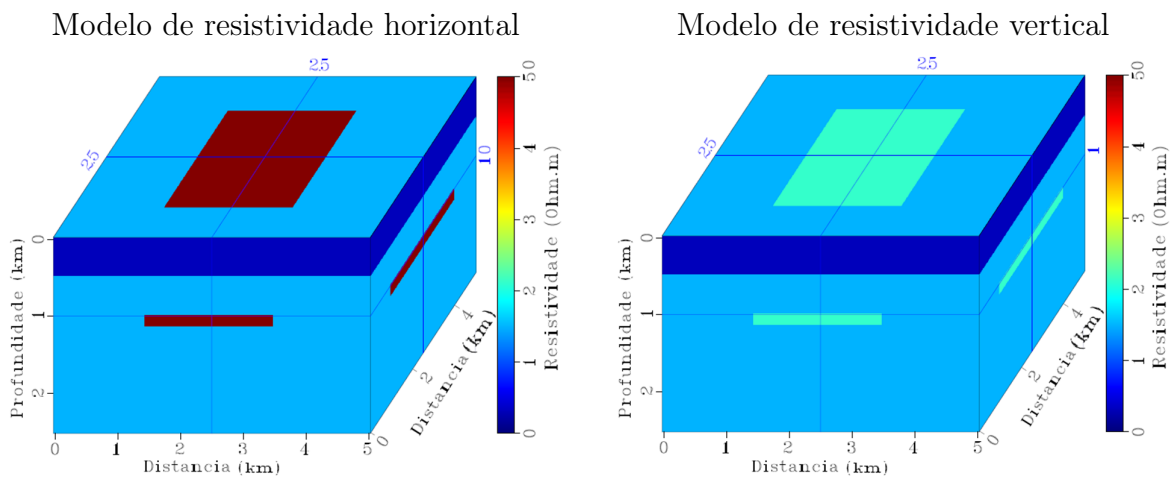


Figura 7.1: Modelos de resistividade horizontal e vertical utilizados para avaliar o comportamento dos campos eletromagnéticos no domínio fictício.

Para esta modelagem a fonte, um dipolo elétrico horizontal, foi disposto ao longo do eixo x a 450 m de profundidade em relação a superfície, e a 2500 m da origem ao longo

dos eixos x e y . O pulso fonte foi modelado com uma frequência pico de 5 Hz e 9 s de duração. Os campos foram amostrados a cada 50 m , mesma taxa de discretização espacial do modelo, ao longo da interface correspondente ao assoalho oceânico, no centro do modelo em relação ao eixo y .

A figura 7.2 ilustra um instantâneo dos campos elétrico e magnético no domínio fictício temporal, onde os campos têm um comportamento ondulatório, para as componentes dos campos ao longo das direções x e y .

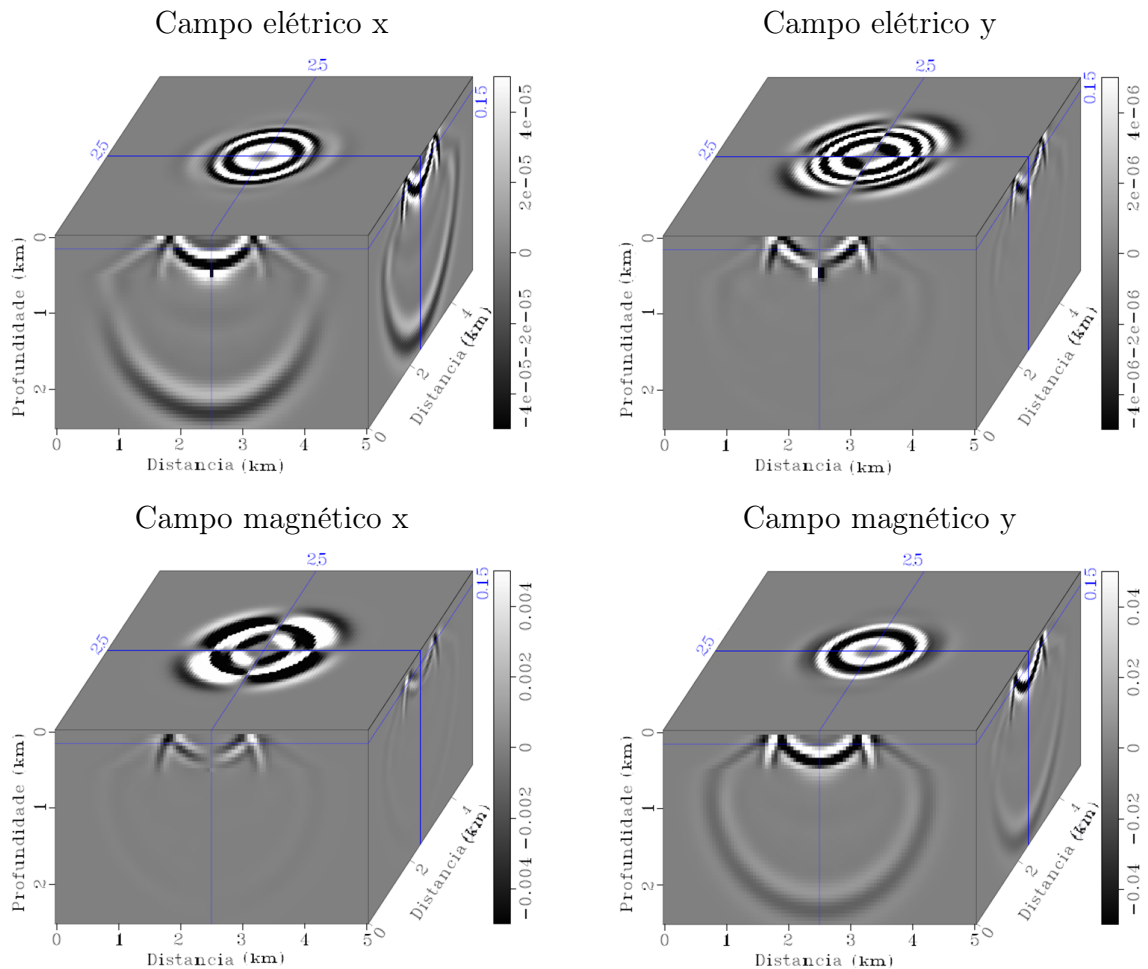


Figura 7.2: Instantâneos dos campos elétrico e magnético ao longo das direções x e y , no domínio fictício temporal.

Conforme podemos perceber, no domínio fictício, os campos eletromagnéticos muito se assemelham aos campos produzidos por ondas mecânicas, de modo que, de acordo com Mittet (2010), "os coeficientes de reflexão e transmissão precisam ser os mesmos no domínio fictício e no domínio difusivo", portanto, converter os dados de um domínio para o outro não deve afetar as trajetórias de propagação dos campos.

As figuras 7.3 e 7.4 exibem o comportamento das componentes em fase e em quadratura dos campos elétrico e magnético, para a frequência de 0.1 Hz .

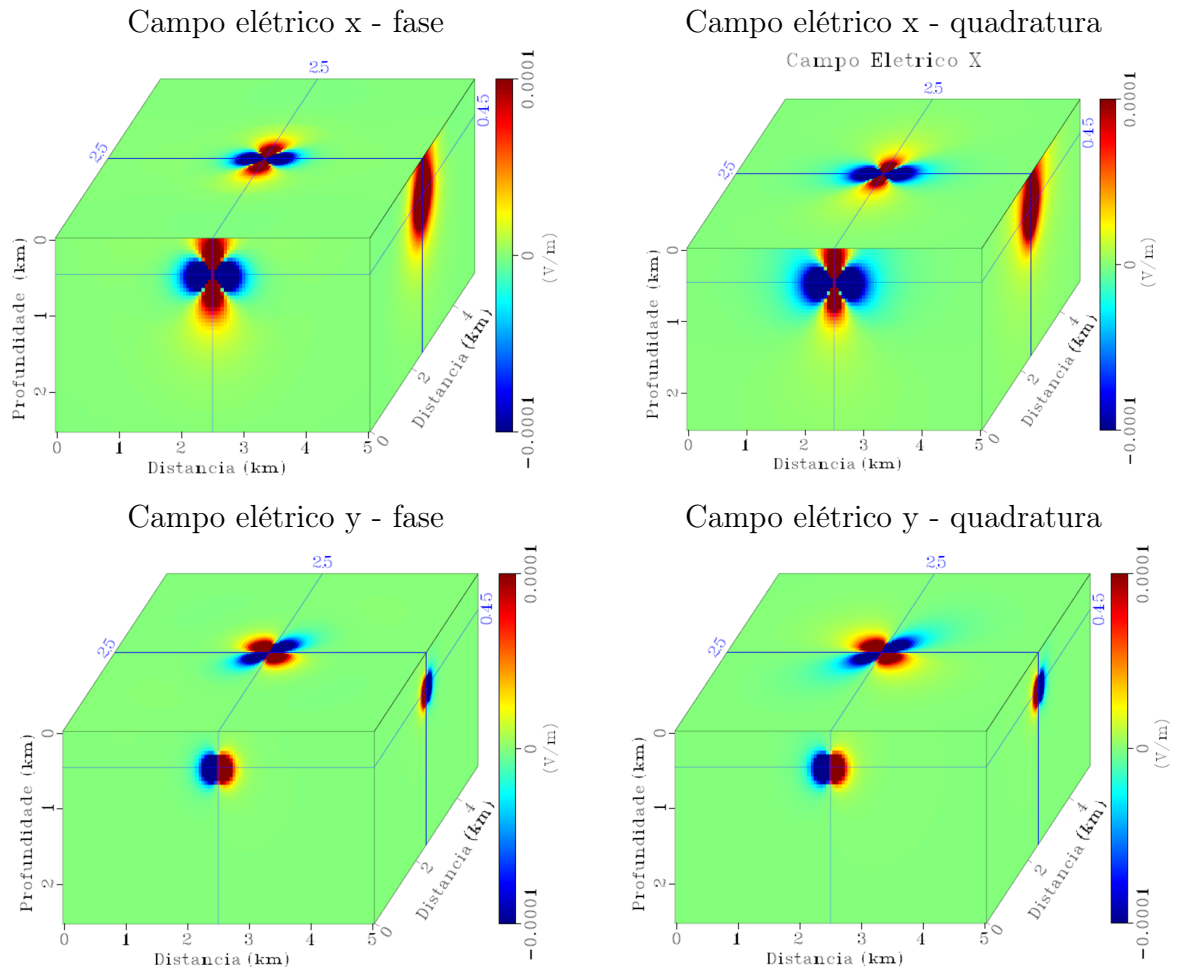


Figura 7.3: Componentes em fase e em quadratura do campo elétrico ao longo das direções x e y para a frequência de 0.1 Hz .

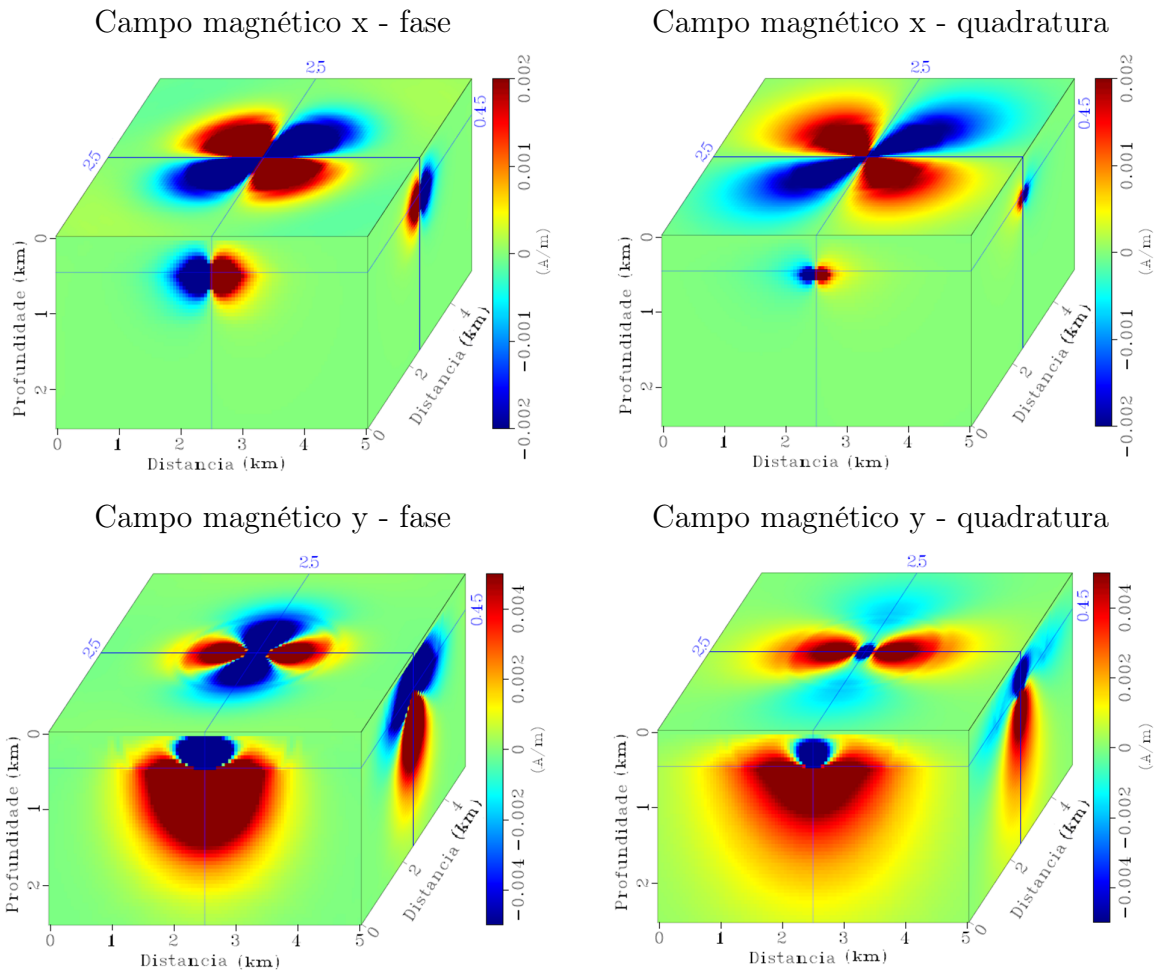


Figura 7.4: Componentes em fase e em quadratura do campo magnético ao longo das direções x e y para a frequência de 0.1 Hz .

A análise das figuras 7.3 e 7.4 corrobora o fato de que a modelagem implementada produz campos bem comportados, em consonância com o tipo de fonte implementada, um dipolo elétrico horizontal orientado ao longo do eixo x , e com o tipo aquisição simulada, aquisição inline, onde as fontes e os receptores possuem a mesma orientação.

As figuras 7.5 e 7.6 exibem o comportamento das componentes em fase e em quadratura dos campos elétrico e magnético, para a frequência de 1 Hz .

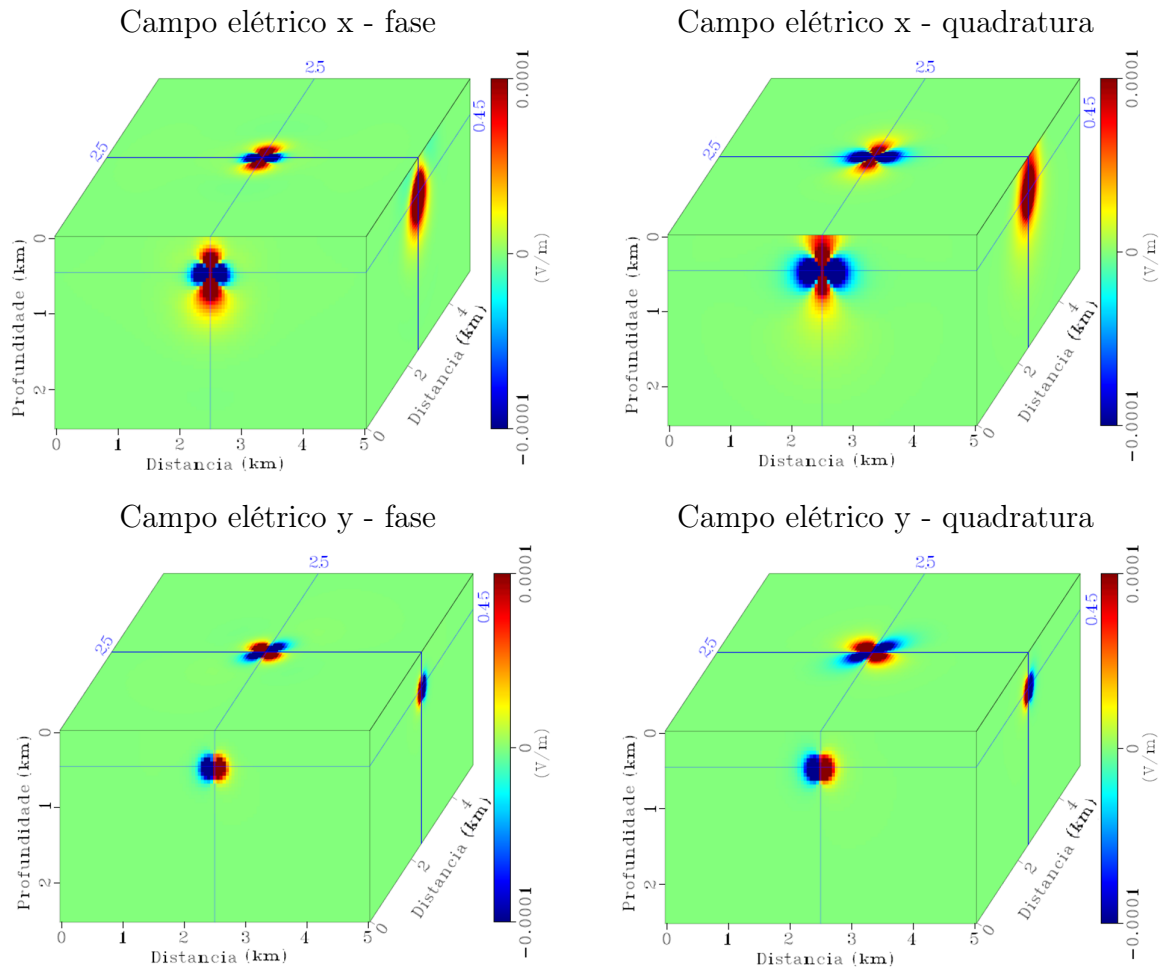


Figura 7.5: Componentes em fase e em quadratura do campo elétrico ao longo das direções x e y para a frequência de 1 Hz .

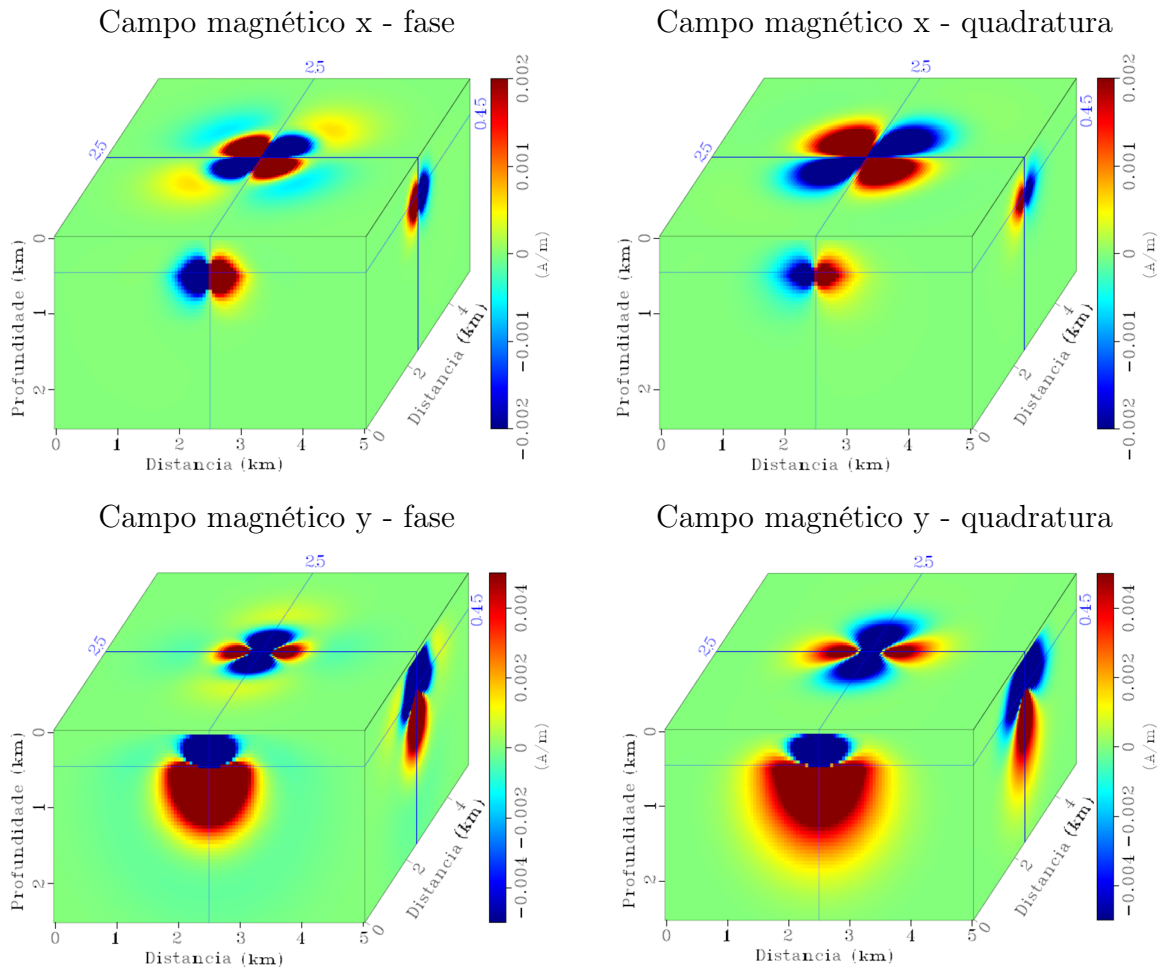


Figura 7.6: Componentes em fase e em quadratura do campo magnético ao longo das direções x e y para a frequência de 1 Hz .

Comparando os campos devidos às frequências de 0.1 Hz e 1 Hz notamos que, para a frequência 1 Hz , as porções do campo com maior intensidade se restringem às regiões mais rasas do modelo, enquanto que para a frequência de 0.1 Hz o campo se expande até as porções mais profundas e de maior offset do modelo, conforme já havia sido relatado por Johansen et al. (2007), de modo que frequências mais baixas tendem a ser sensíveis à variações de resistividade regionais, enquanto que frequências mais altas tendem a ser sensíveis à variações locais de resistividade. Isso se deve ao skin depth das ondas eletromagnéticas, e está em conformidade com o trabalho de Um (2007), onde ele afirma que é preciso escolher "uma frequência de operação apropriada, de modo que o sinal do reservatório seja maximizado, mantendo uma boa razão sinal-ruído". Sendo assim como nosso objetivo é modelar meios com reservatórios de hidrocarboneto com até 2000 m de profundidade a partir da superfície do mar, com uma resistividade de até $50 \Omega.m$, o espectro de frequência no qual estaremos interessados vai de 0.1 Hz à 1.25 Hz .

Para a obtenção do gradiente, descrito pela equação 5.33, por meio do métodos de estados adjuntos, como utilizamos dados sintéticos nos testes realizados neste trabalho,

foram necessárias três modelagens, duas diretas, uma correspondente aos campos observados, $E_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega)$ e $H_i^{obs}(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega)$, e outra aos campos modelados, $E_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})$ e $H_i(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^f, \omega | \sigma_{ij})$; e uma modelagem adjunta para a obtenção dos campos adjunto ao campo elétrico, $\lambda_i^E(\mathbf{x}, \omega)$, e adjunto ao campo magnético $\lambda_i^H(\mathbf{x}, \omega)$. Conforme dito no capítulo 5, a fonte utilizada para a obtenção dos campos adjuntos corresponde ao resíduo entre os dados observados e calculados, lado direito das equações 5.30 e 5.31, o qual deve ser retropropagado a partir da posição dos receptores. Nesta implementação optamos por ponderar o resíduo entre os dados observados e calculados pela amplitude dos campos observados, conforme sugere Plessix e Mulder (2008), a fim de compensar o decaimento da amplitude com o offset e garantir que o sinal emitido pela fonte seja sensível às regiões profundas do modelo.

Para obtermos os campos descritos no parágrafo anterior utilizamos modelagens no domínio do tempo empregando o princípio da correspondência e o princípio da reciprocidade, pois, de acordo com Mittet (2010), a permutação entre a posição das fontes e dos receptores pode reduzir significativamente o tempo de simulação, isso porque geralmente uma aquisição requer uma quantidade maior de fontes do que de receptores. Sendo assim, o algoritmo de modelagem foi desenvolvido de tal maneira que, na modelagem direta, o pulso fonte é emitido a partir da posição dos receptores, e o registro do campo é feito na posição das fontes, de modo que os dados são armazenados em famílias de receptor comum (common receiver gathers). Já para a modelagem dos campos adjuntos, como o pulso fonte é emitido a partir da posição dos receptores, todos num mesmo instante de tempo, aplicando o princípio da reciprocidade, ele é emitido a partir da real posição das fontes e registrado na real posição dos receptores, de modo que a quantidade de pulsos adjuntos é da mesma ordem que a quantidade de fontes, e o número de modelagens adjuntas é da mesma ordem que a quantidade de receptores. De posse desses dados, faz-se a correlação cruzada entre os campos observado e adjunto para a obtenção do gradiente, sendo que "a simulação de cada componente elétrica ou magnética requer modelagens separadas, porque a reciprocidade exige fontes dipolares elétricas ou magnéticas diferentes para essas componentes"(Mittet, 2010).

Para tanto, reproduzimos o modelo utilizado por Støren et al. (2008), o qual possui 20 km de extensão ao longo das direções leste-oeste e norte-sul e 5 km de profundidade, com uma lâmina d'água de 750 m de espessura e 0.3125 $\Omega.m$ de resistividade, com um reservatório à 1800 m de profundidade a partir da superfície do mar, com 5 km de extensão ao longo da direção leste-oeste, 4 km de extensão ao longo da direção norte-sul e 300 m de espessura, com 25 $\Omega.m$ de resistividade no modelo utilizado para obtenção dos dados observados e 10 $\Omega.m$ de resistividade no modelo utilizado para obtenção dos dados calculados. Esses modelos foram discretizados numa malha com células de 100 m ao longo dos eixos x e y , e 50 m ao longo do eixo z . Os modelos de resistividade horizontal e vertical desses modelos estão ilustrados nas figuras 7.7 e 7.8.

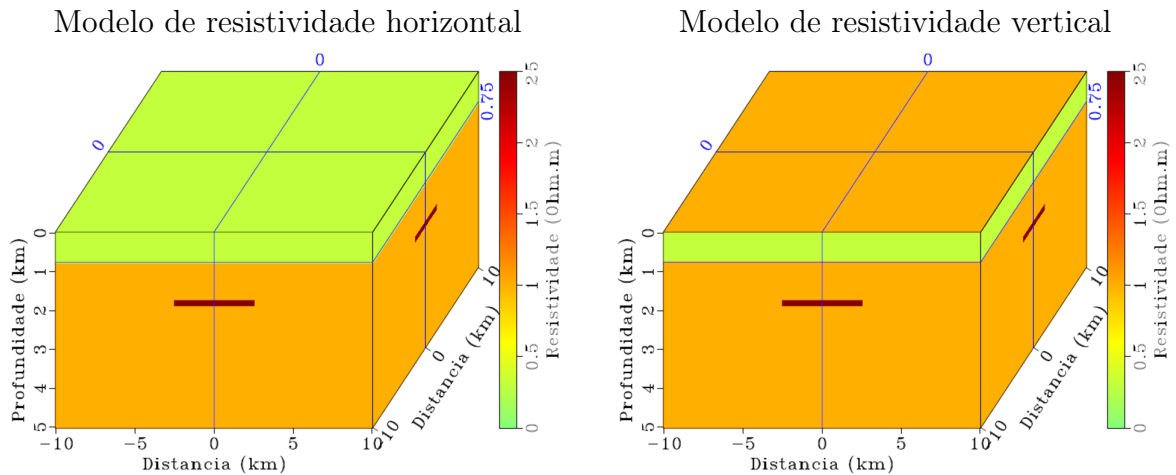


Figura 7.7: Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para obtenção dos dados observados.

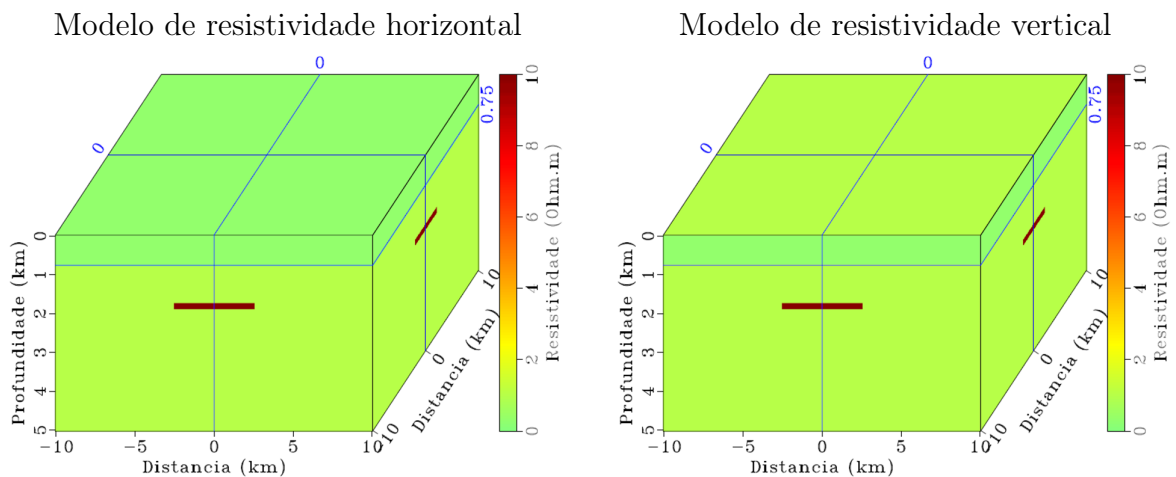


Figura 7.8: Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para obtenção dos dados calculados.

A geometria de aquisição dos campos modelados consiste em 7 (sete) fontes localizadas na real profundidade dos receptores, 750 m, dispostas no centro do modelo em relação aos eixos x e y , igualmente espaçadas entre si a cada 1000 m, emitindo um pulso por 7 s. Já os receptores foram dispostos na real profundidade das fontes, 700 m, no centro do modelo em relação ao eixo y , em cada ponto da malha, ou seja, os campos elétrico e magnético foram registrados ao longo de uma linha localizada no centro do modelo.

Como os campos elétricos e magnéticos foram modelados no domínio do tempo, o campo resultante possui um amplo espectro de frequência, de modo que optamos por extrair os campos apenas para as frequências 0.1, 0.25, 0.75, 1 e 1.25 Hz, sendo que, para avaliarmos o efeito da frequência sobre os campos e o gradiente, consideramos neste trabalho apenas os resultados para as frequências 0.1, 0.75 e 1.25 Hz.

As figuras 7.9 e 7.10 exibem a amplitude e a fase das componentes x e y dos campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.

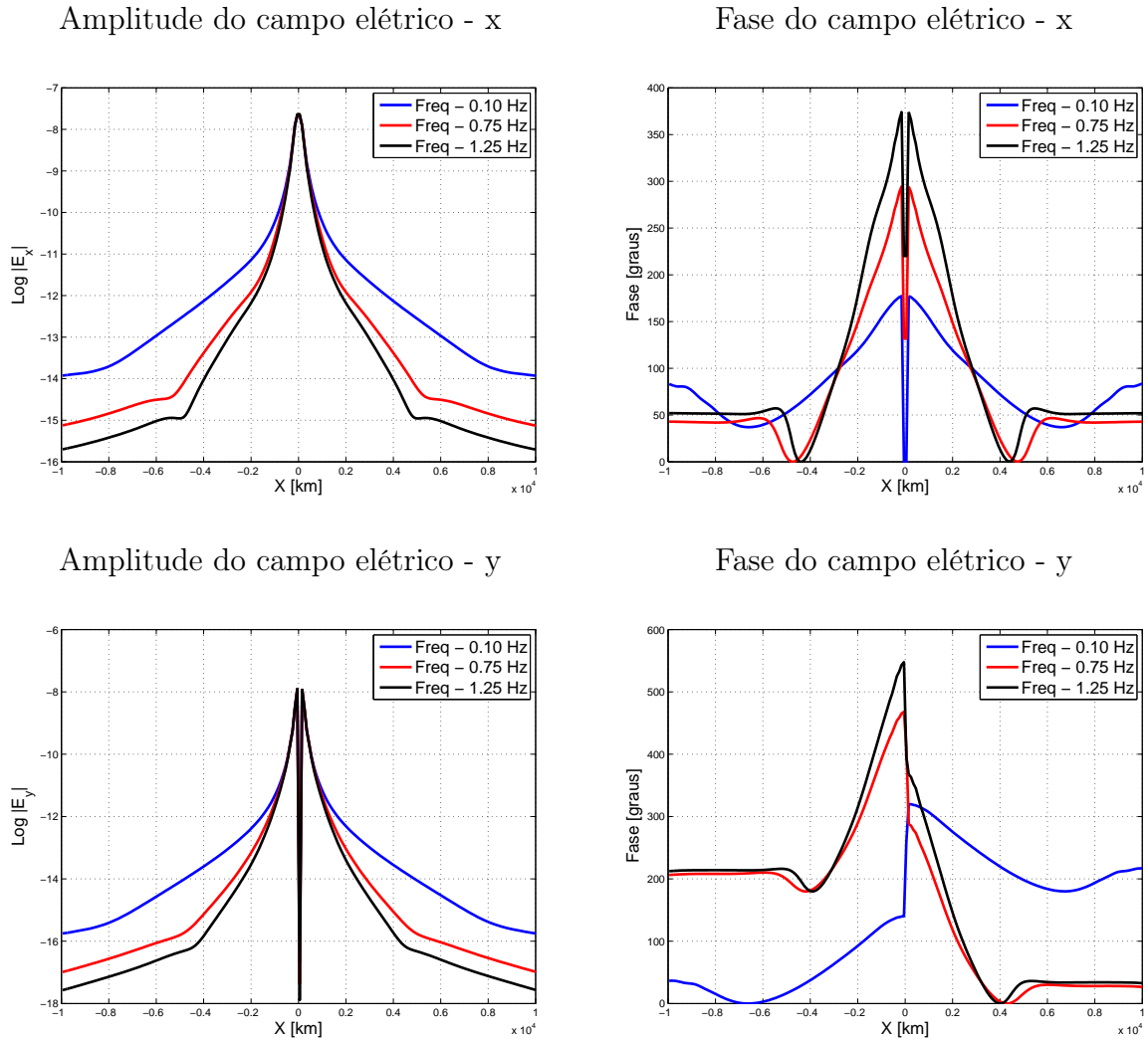
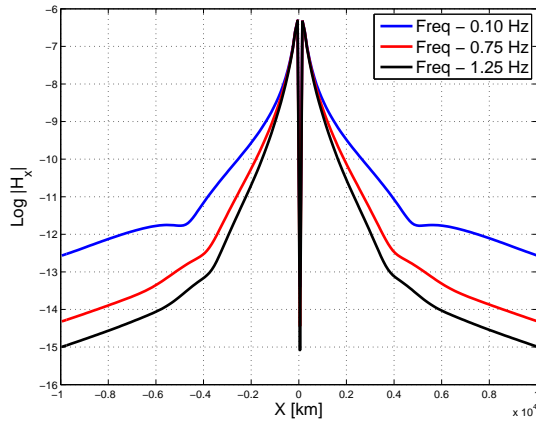


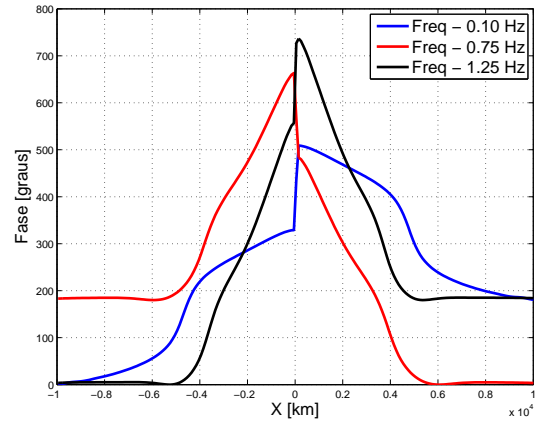
Figura 7.9: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.

Conforme podemos perceber, a amplitude do campo é maior pra as regiões próximas a fonte, e vai diminuindo progressivamente com o aumento do offset, sendo que, quanto menor é a frequência para a qual o campo é amostrado, maior é a amplitude do mesmo. Ao avaliarmos a fase do campo elétrico notamos também que, quanto menor a frequência, maior é a distância para a qual as air-waves dominam o sinal, conferindo um caráter linear às curvas, isso porque a onda não muda de fase ao entrar em contato com a interface da água do mar com o ar, sendo assim a onda apenas se propaga do transmissor para a interface mar-ar e depois retorna aos receptores, conforme já relatado por Eidesmo et al. (2002).

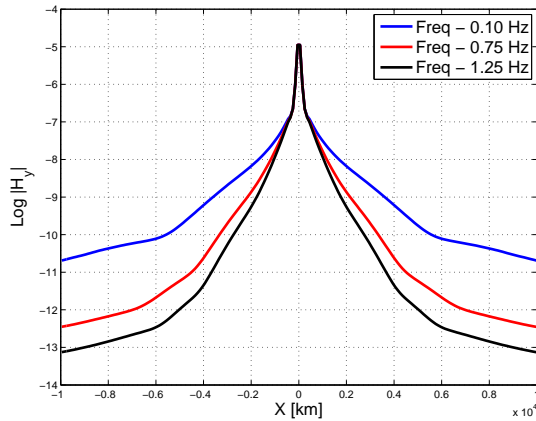
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

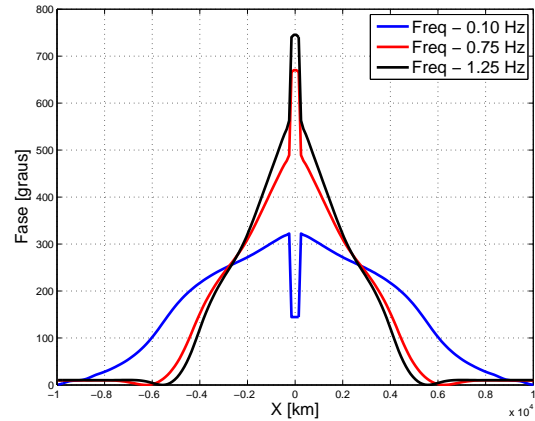


Figura 7.10: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.

De modo geral, as componentes x e y do campo magnético apresentam um comportamento muito similar às componentes do campo elétrico, apresentando uma amplitude maior nas regiões próximas da fonte, a qual diminui progressivamente com o aumento da distância em relação a fonte. Além disso, assim como no campo elétrico, o campo magnético apresenta uma amplitude maior para as frequências mais baixas. Na fase do campo magnético também é possível identificar a distância crítica para a qual as air-waves começam a dominar o sinal frente a resposta do campo para as estruturas em subsuperfície, a qual também tende a diminuir com o aumento da frequência.

As figuras 7.11 e 7.12 exibem a amplitude e a fase das componentes x e y dos campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.

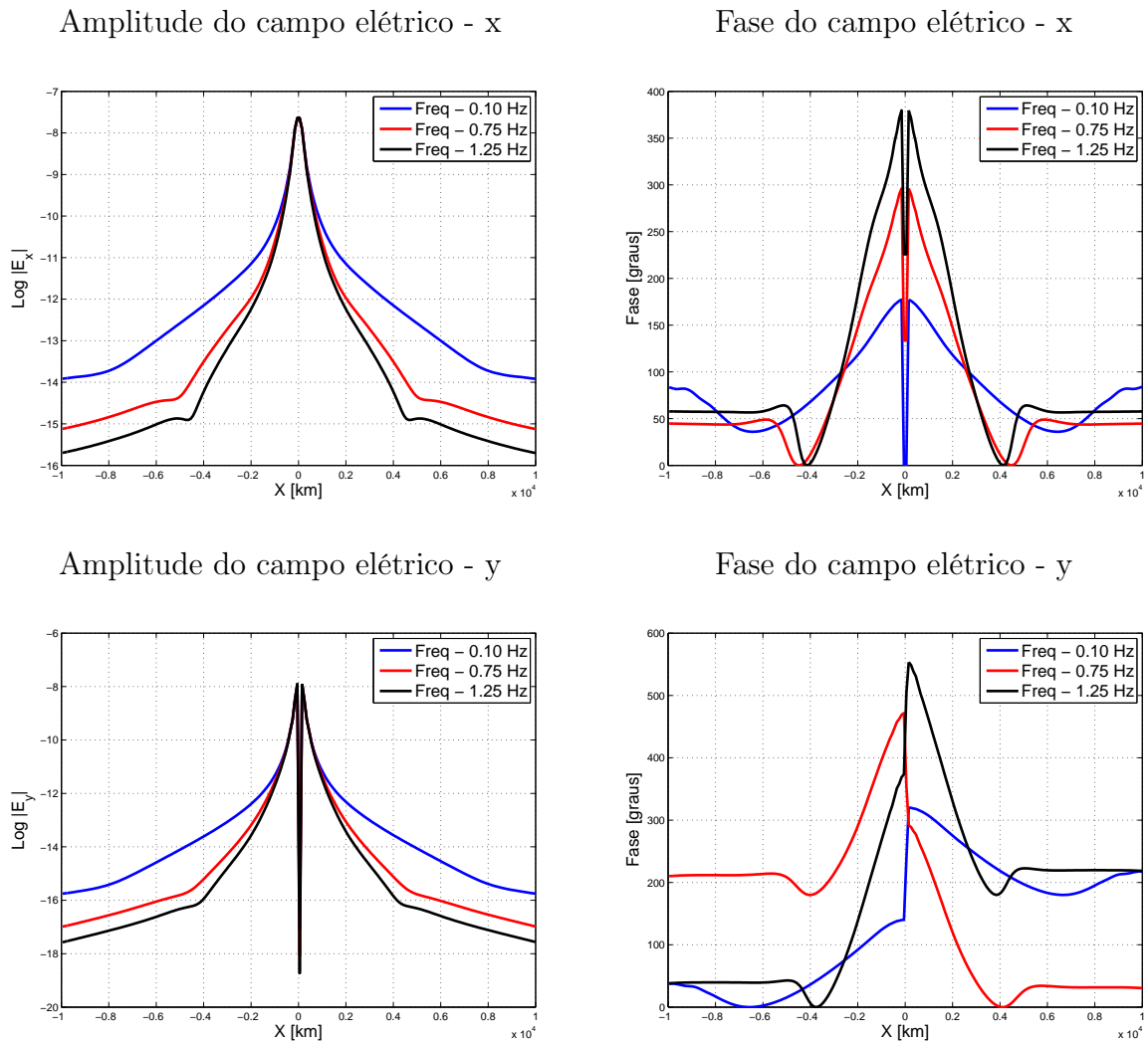
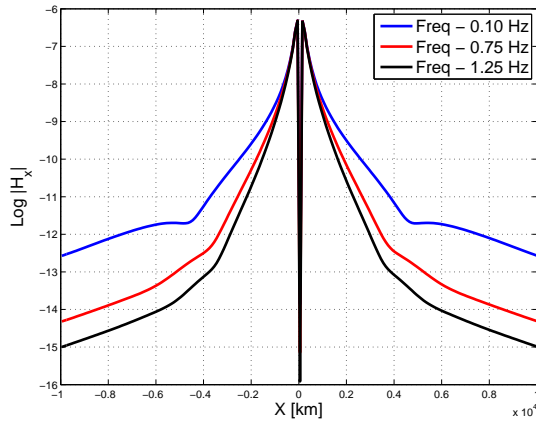


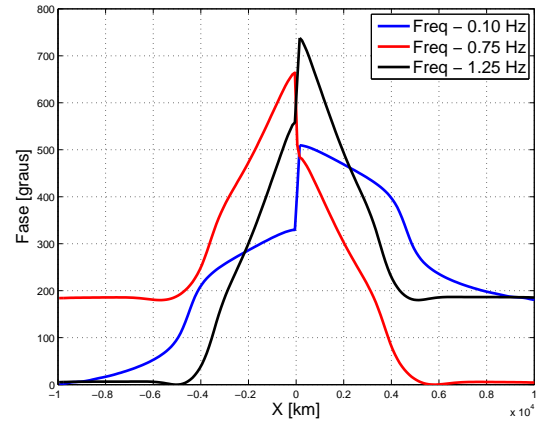
Figura 7.11: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.

Ao compararmos as figuras 7.9 e 7.11, notamos que, na porção intermediária do sinal, responsável por registrar as respostas do campo devido as estruturas em subsuperfície, o campo apresenta uma amplitude maior na figura 7.9 que na figura 7.11, isso porque a figura 7.9 ilustra a resposta do campo elétrico devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, onde o contraste de resistividade entre o reservatório de hidrocarbonetos e meio encaixante é maior que no modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, figura 7.11. A fase dos campos elétricos para ambos os modelos também apresentam comportamentos similares entre si, havendo apenas uma pequena diminuição da distância crítica para a qual as air-waves dominam o sinal. Os mesmos efeitos são observados nas componentes ao longo das direções x e y do campo magnético a seguir, entretanto, aparentemente ele é menos sensível ao contraste de resistividade.

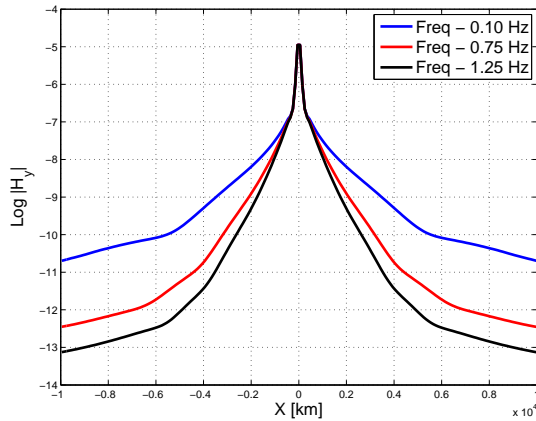
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

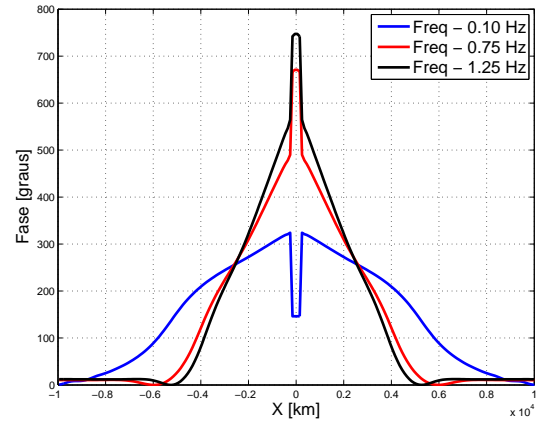


Figura 7.12: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.

As figuras 7.13, 7.14 e 7.15 ilustram as componentes em fase e em quadratura dos campos adjuntos ao campo elétrico ao longo das direções x , y e z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz , fruto da propagação do resíduo entre os campos elétricos modelado e observado, a partir da posição dos receptores, a 700 m , registrado na posição de uma fonte localizada no centro do modelo, a 750 m de profundidade.

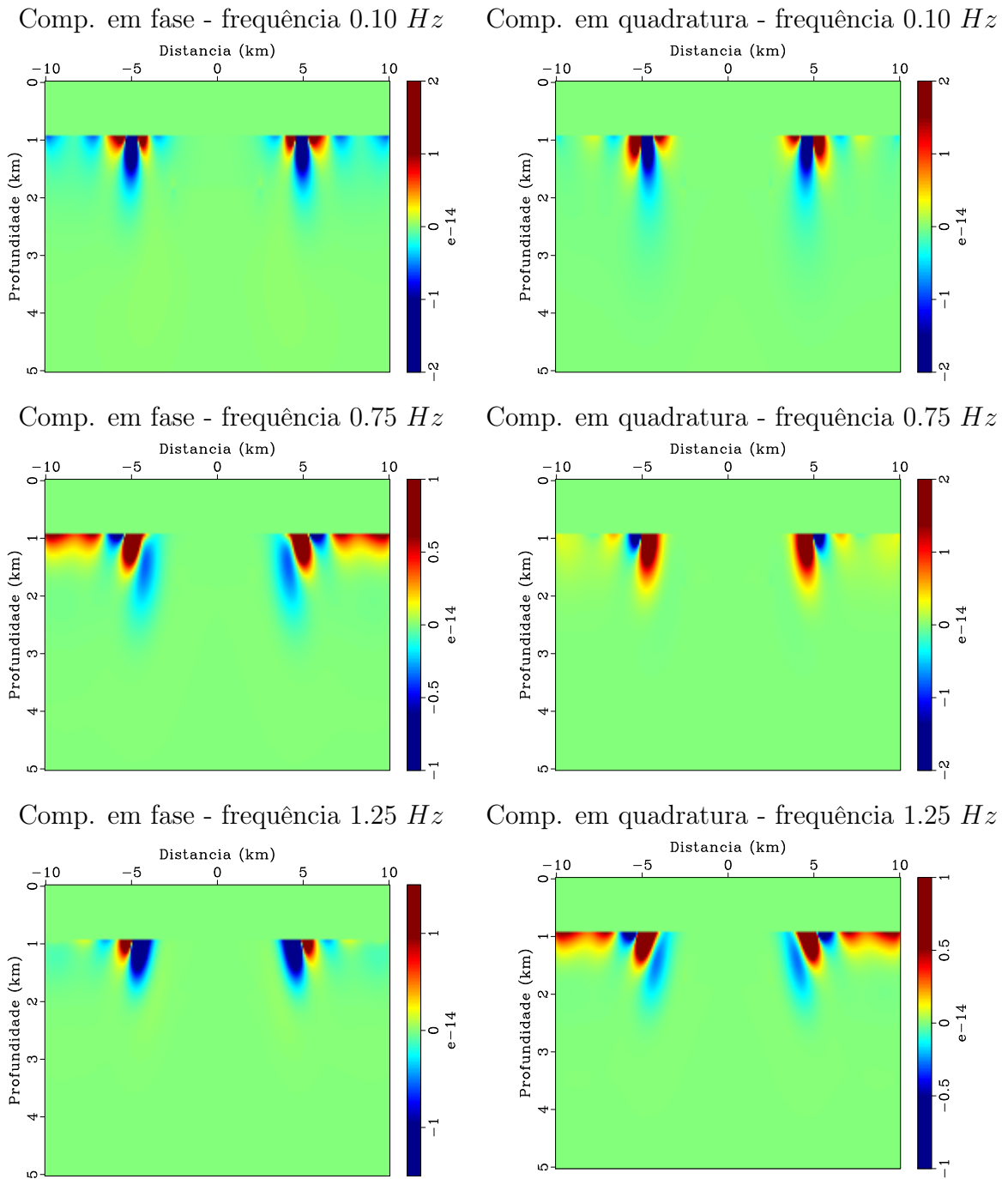


Figura 7.13: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção x , para as frequências de 0.1 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

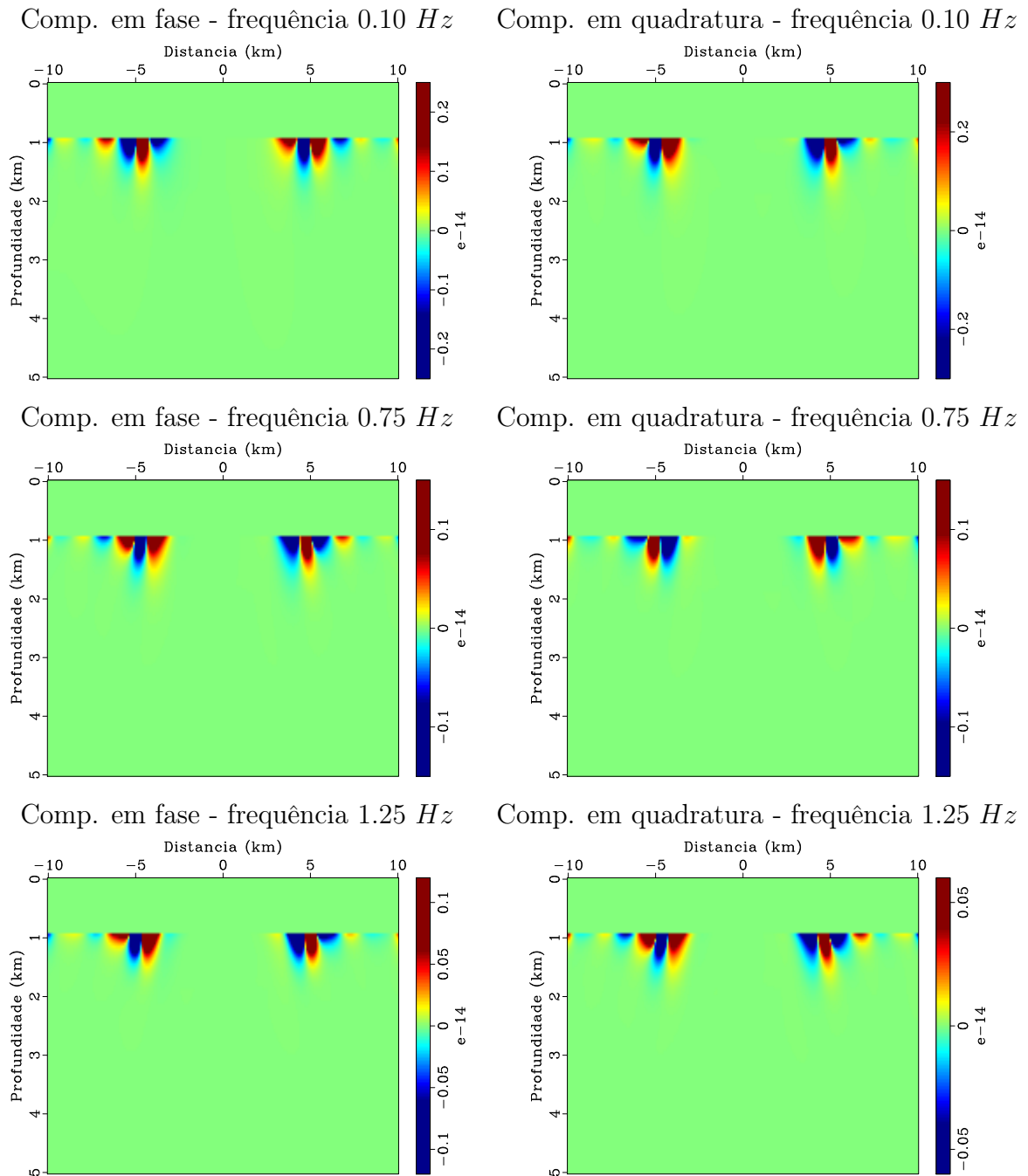


Figura 7.14: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção y , para as frequências de $0.1 Hz$, $0.75 Hz$ e $1.25 Hz$.

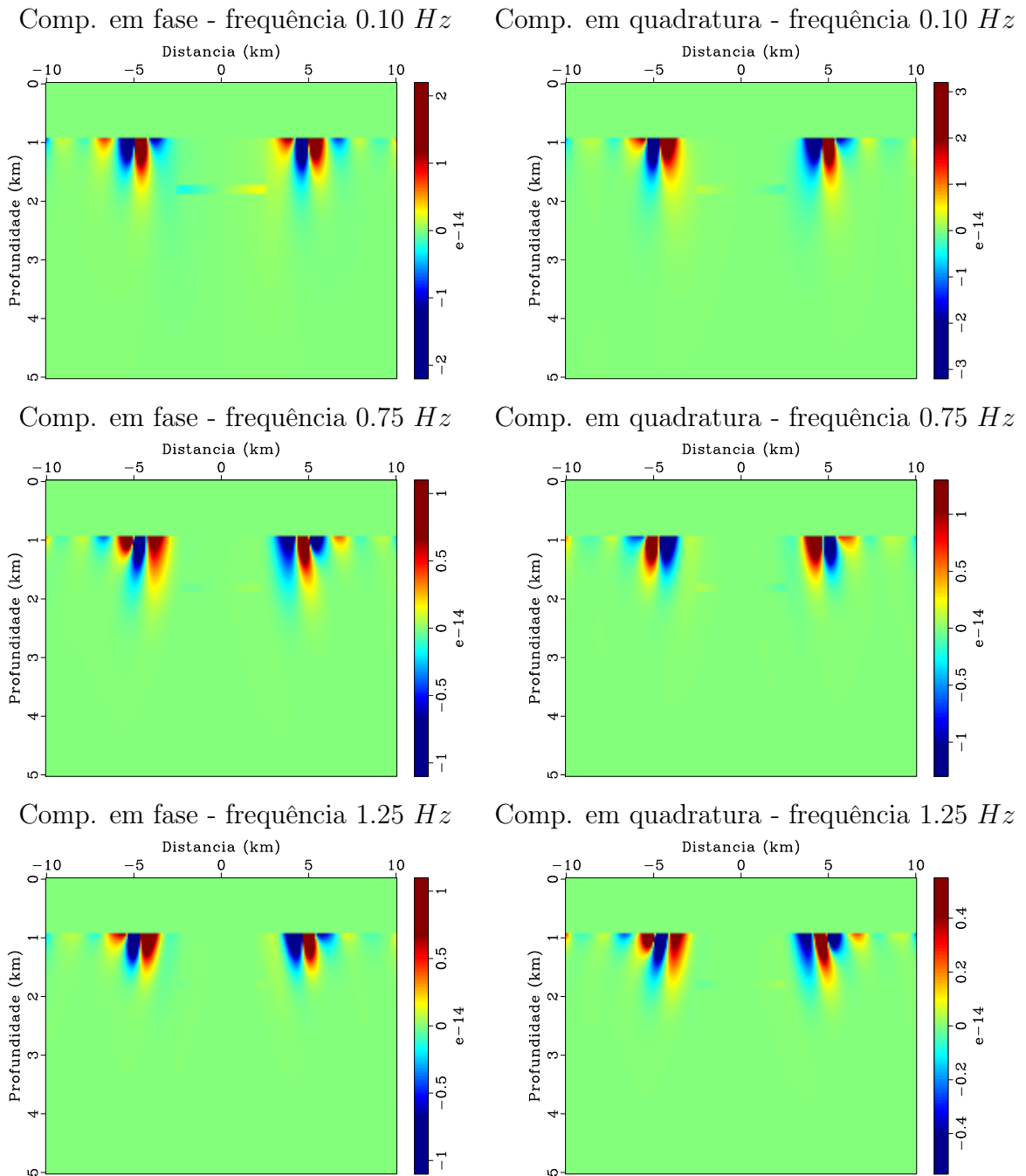


Figura 7.15: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo elétrico ao longo da direção z , para as frequências de 0.1 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Conforme podemos perceber as componentes do campo adjunto ao campo elétrico, ao longo da direção z , foram as mais sensíveis a presença do reservatório de hidrocarbonetos. Além disso, assim como na modelagem dos campos diretos, a resposta dos campos para a frequência de 0.10 Hz foi a mais sensível ao contraste de resistividade das estruturas em subsuperfície, isso certamente se deve ao fato de a distância crítica para a qual as air-waves dominam o sinal ser maior para esta frequência, e ao skin depth das ondas eletromagnéticas para esta frequência ser maior. Vale ressaltar que foi aplicada uma

máscara aos campos adjuntos ilustrados anteriormente a fim de diminuir o efeito devido a presença dos receptores, conseqüentemente realçando o efeito devido às estruturas em subsuperfície.

As figuras 7.16, 7.17 e 7.18 ilustram as componentes em fase e em quadratura dos campos adjuntos ao campo magnético ao longo das direções x , y e z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

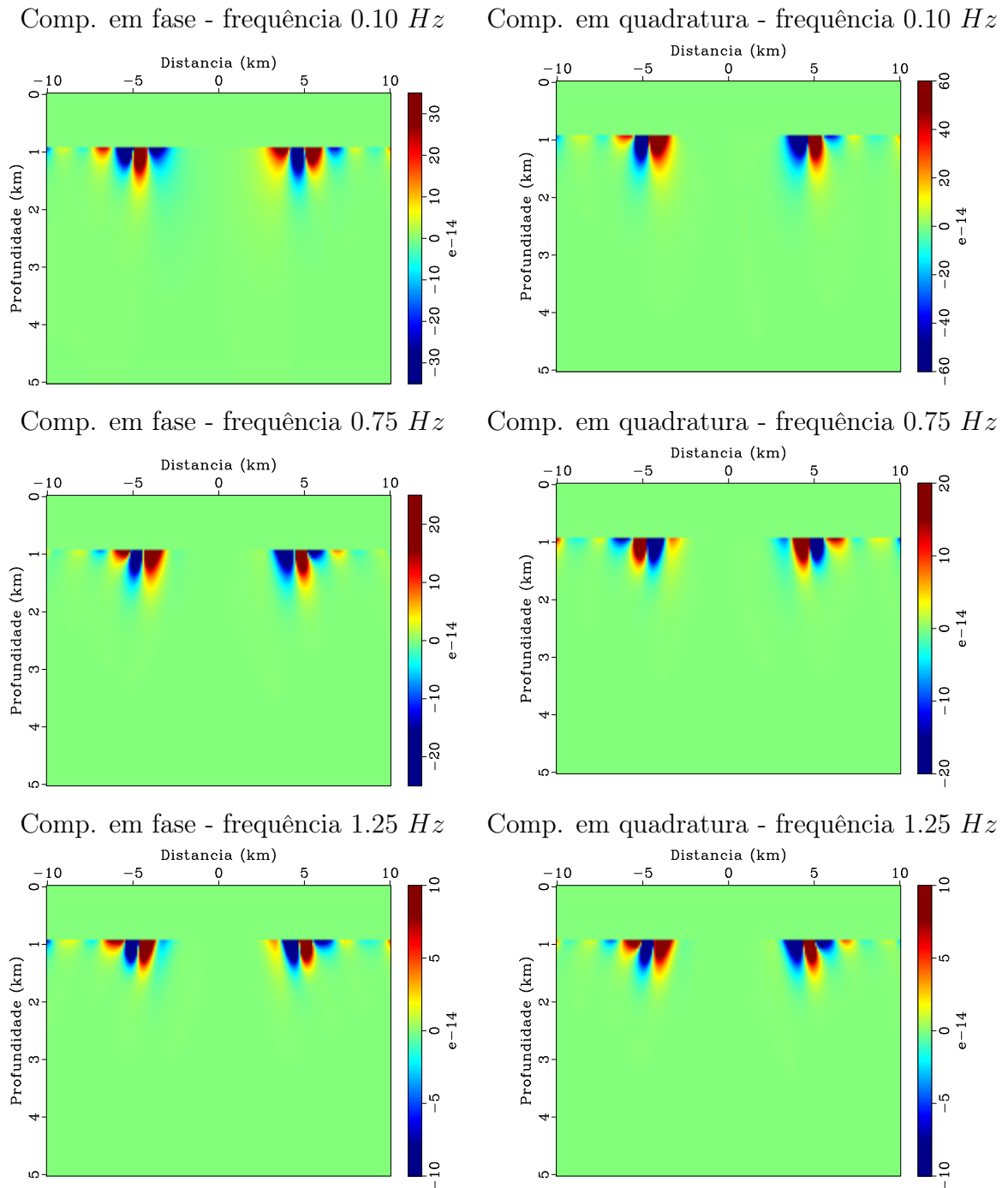


Figura 7.16: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção x , para as frequências de 0.1 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

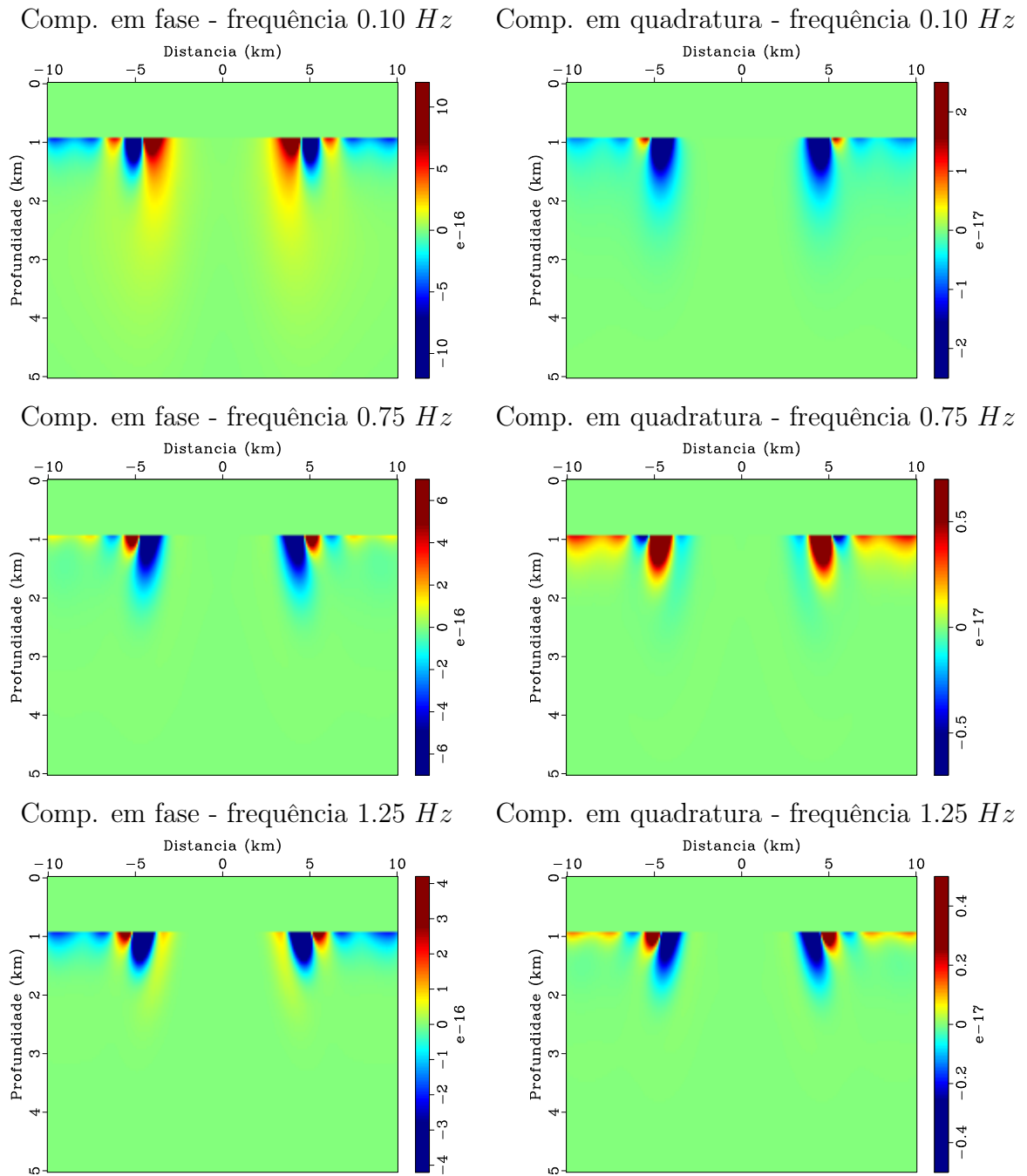


Figura 7.17: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção y , para as frequências de 0.1 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

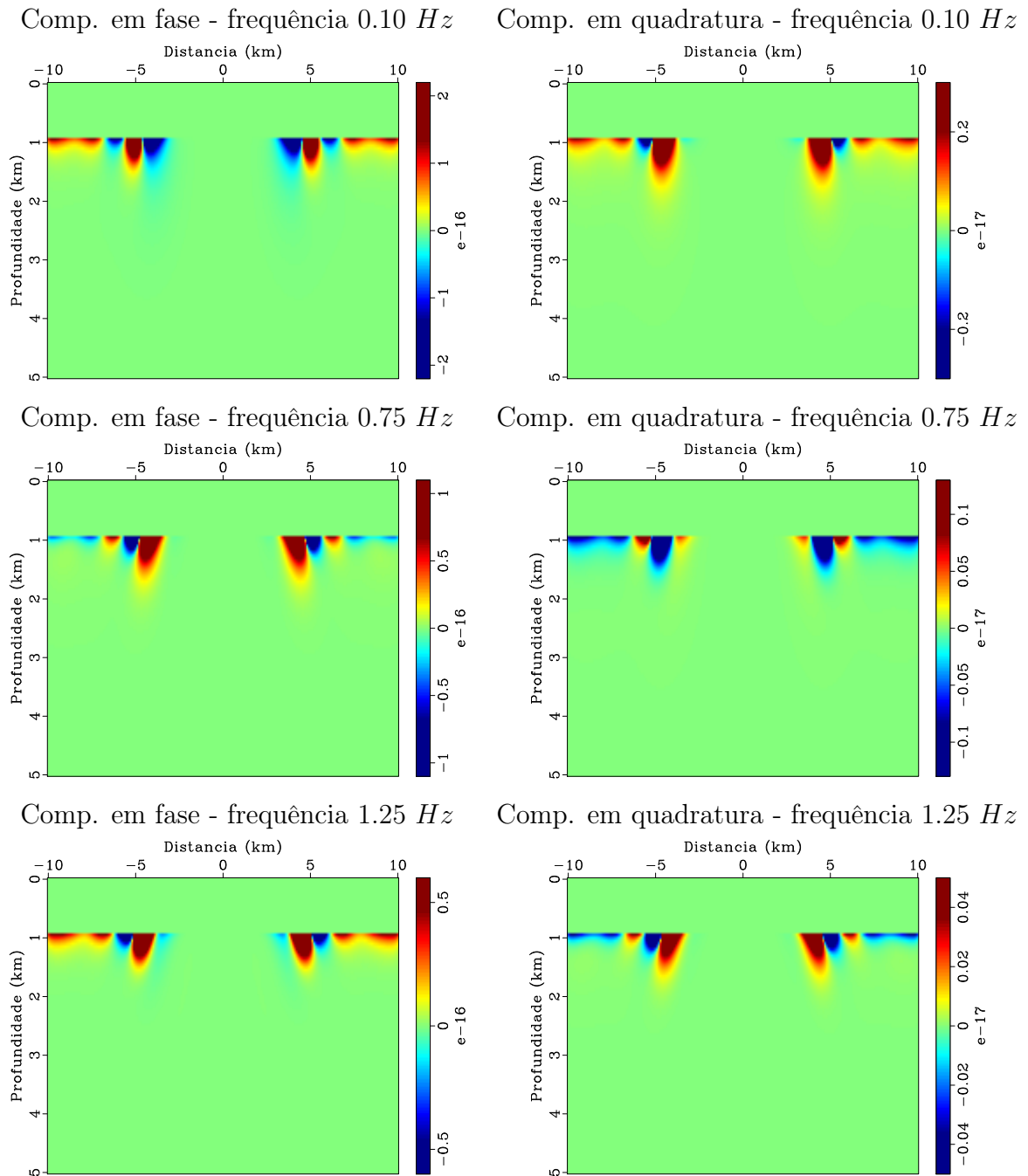


Figura 7.18: Componentes em fase e em quadratura do campo adjunto ao campo magnético ao longo da direção z , para as frequências de 0.1 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Assim como observamos na modelagem dos campos diretos, os campos adjuntos ao campo magnético também se mostraram menos sensíveis ao contraste de resistividade, independentemente da componente ou frequência do campo.

As figuras 7.19, 7.20 e 7.21 ilustram o gradiente em relação ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, devido às componentes do tensor de condutividade ao longo dos eixos x , y e z , fruto da correlação cruzada entre os campos elétricos calculado e adjunto.

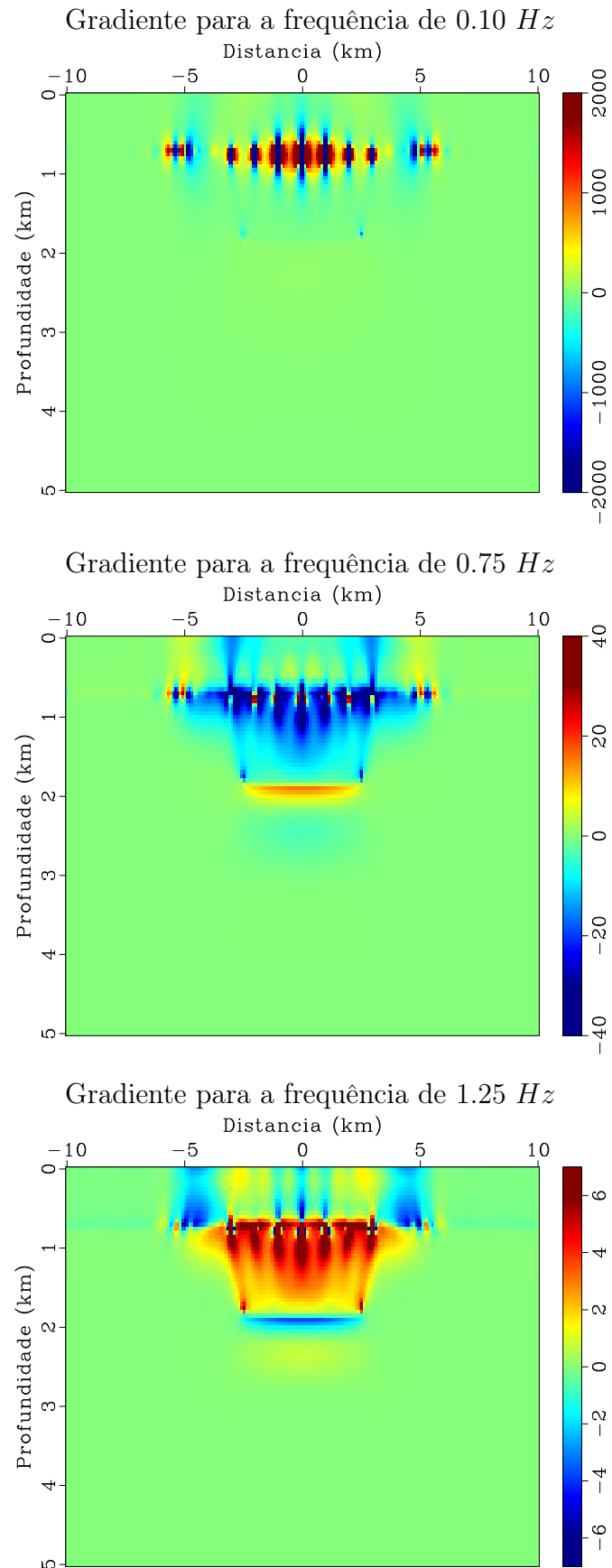


Figura 7.19: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

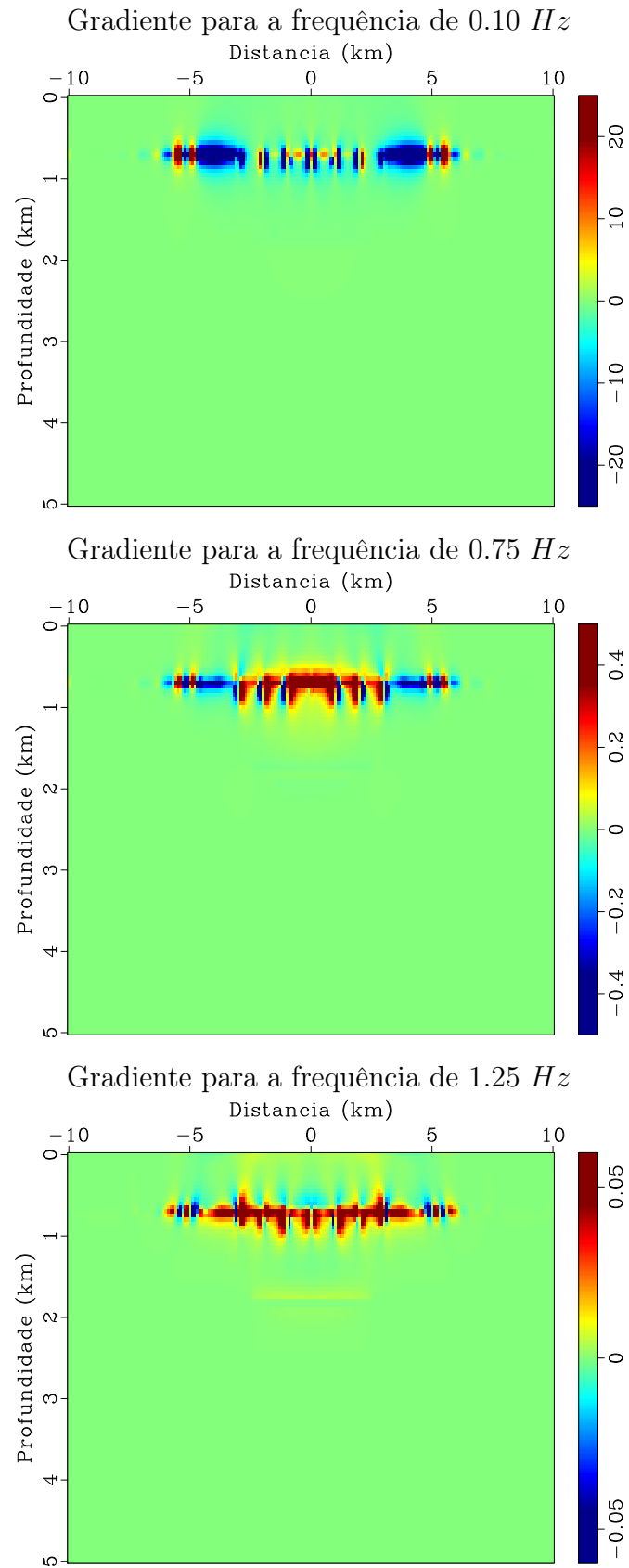


Figura 7.20: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção y , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

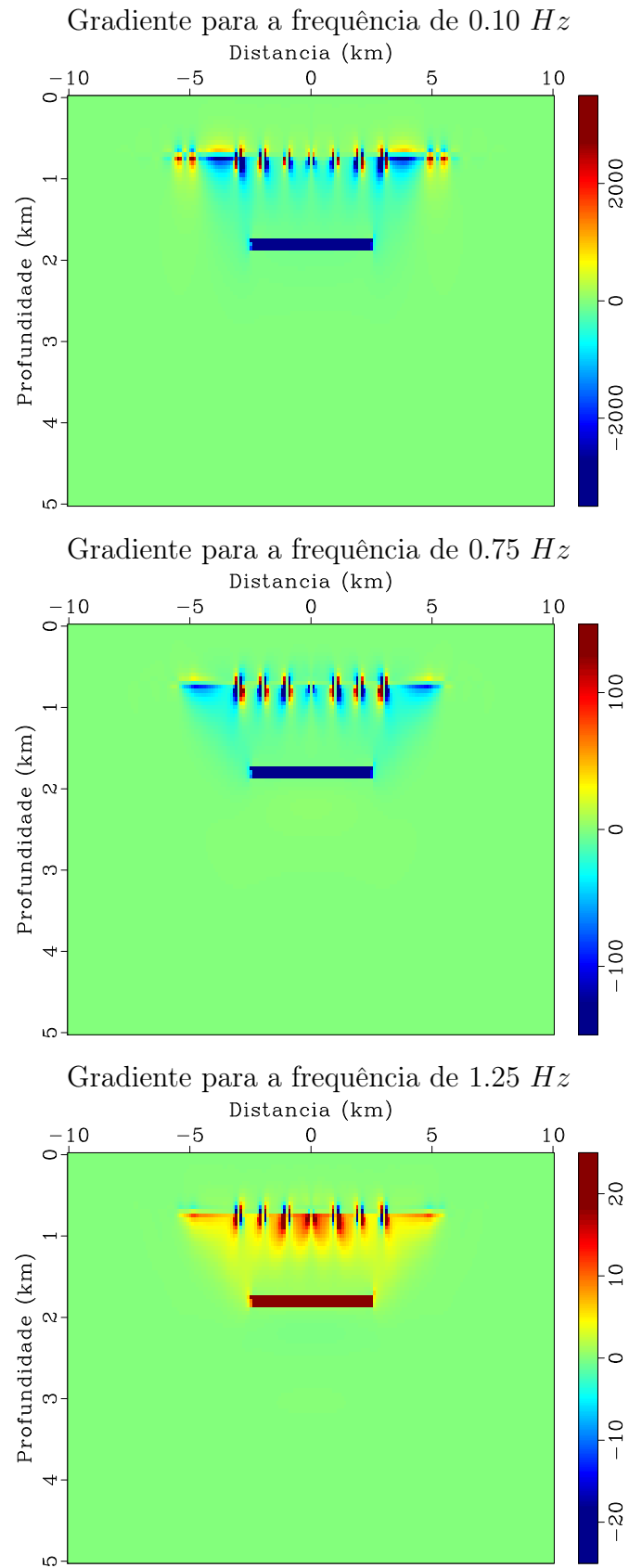


Figura 7.21: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Os gradientes obtidos através da metodologia implementada neste trabalho são muito semelhantes ao gradiente obtido por Støren et al. (2008), localizando corretamente o corpo resistivo e a posição dos receptores, como estamos modelando um ambiente anisotrópico, onde a resistividade varia ao longo das três direções, obtemos o gradiente ao longo de cada uma das componentes do tensor de condutividade. Avaliando as figuras 7.19 e 7.20 notamos que o aumento da frequência influencia diretamente na sensibilidade do gradiente às variações da propriedade física nas componentes horizontais do tensor de condutividade, enquanto que ele é sensível às variações da propriedade física na componente vertical do tensor independentemente da frequência, figura 7.21. Além disso, notamos que o aumento da frequência implica na diminuição da variação da escala de amplitude do gradiente, para ambas as componentes. O aumento da frequência também acentua os efeitos dos campos devido a presença dos receptores, isso porque uma frequência mais elevada tende a realçar estruturas mais rasas.

Sabendo que o gradiente indica a direção de máxima de variação, e que nosso objetivo é minimizar a função objetivo, de modo que a discrepância entre os dados observados e modelados deve ser mínima, utilizaremos a direção contrária ao gradiente na inversão dos dados CSEM. Ao avaliarmos as figuras 7.19, 7.20 e 7.21, notamos que a região com menor variação, ou seja, onde a correlação dos campos foi máxima, corresponde ao corpo resistivo associado ao reservatório de hidrocarbonetos, entretanto, na região compreendida pelos receptores também há eventos correlacionáveis, conforme já observado por Støren et al. (2008), o que pode "causar problemas na inversão por meio da introdução de variações não-físicas no modelo de resistividade próximo aos receptores", de modo que o ideal é que seja aplicada uma função atenuante nesta região.

7.2 RESULTADOS PARA MODELAGEM 2.5D

A fim de investigarmos a aplicabilidade do algoritmo desenvolvido, implementamos uma modelagem 2.5D - visto que simulamos uma aquisição utilizando uma fonte 3D num meio horizontalmente estratificado, no qual a resistividade varia apenas ao longo do plano $x - z$ - através da extensão de uma seção vertical do centro do modelo descrito na seção anterior, ao longo do eixo y . De modo que, a fim de averiguarmos qual a quantidade mínima de pontos que garante a representatividade de modelagens 2.5D, construímos dois modelos, um com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , modelo de referência, e um com 81 (oitenta e um) pontos ao longo da direção y , modelo de teste, já que ao longo desta direção o modelo é invariante. A quantidade de pontos do modelo de teste corresponde a menos de um terço da quantidade de pontos ao longo da direção y do modelo de referência, de modo que atestamos que esta é a quantidade máxima de pontos para a qual o modelo pode ser reduzido garantindo a representatividade dos campos.

As figuras 7.22 e 7.23 ilustram os modelos de resistividade horizontal e vertical para

o modelo 2.5D com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y a serem utilizados na modelagem dos dados observados e calculados, respectivamente.

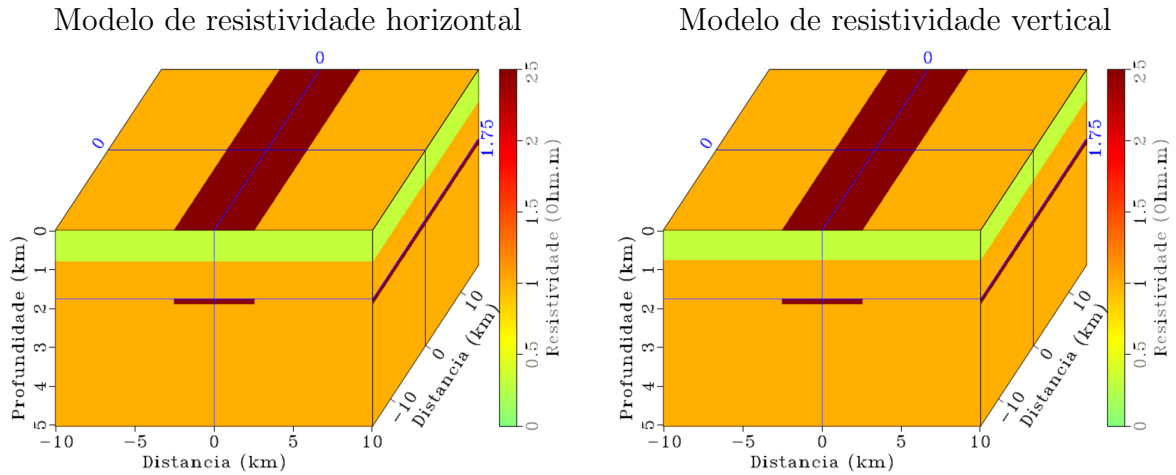


Figura 7.22: Modelos de resistividade horizontal e vertical a ser utilizado para obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D, com 301 pontos ao longo da direção y .

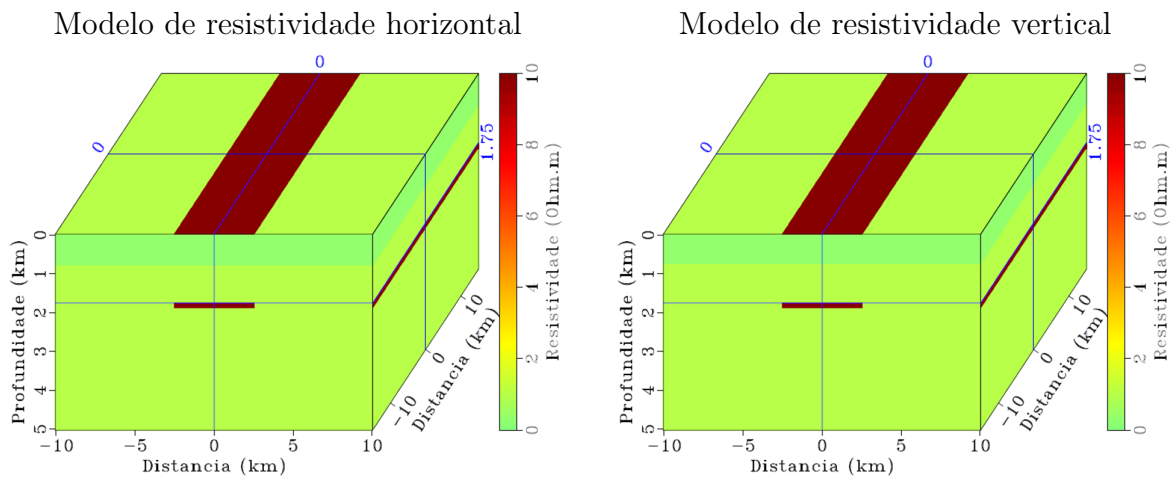


Figura 7.23: Modelos de resistividade horizontal e vertical a ser utilizado para obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D, com 301 pontos ao longo da direção y .

Os modelos anteriores possuem 20 km de extensão ao longo da direção leste-oeste, 30 km ao longo da direção norte-sul e 5 km de profundidade, com uma lâmina d'água de 750 m de espessura e 0.3125 $\Omega.m$ de resistividade, um reservatório à 1800 m de profundidade a partir da superfície do mar, com 5 km de extensão ao longo da direção leste-oeste e 300 m de espessura, com 25 $\Omega.m$ de resistividade no modelo a ser utilizado para a obtenção dos dados observados e 10 $\Omega.m$ de resistividade no modelo a ser utilizado para a obtenção dos dados calculados, imersos num meio encaixante com 1 $\Omega.m$ de resistividade. Os modelos foram discretizados numa malha com células de 100 m ao longo dos eixos x e

y , e 50 m ao longo do eixo z , e a geometria de aquisição dos dados e frequências analisadas foram as mesmas da seção anterior.

As figuras 7.24 e 7.25 exibem a amplitude e a fase das componentes x e y dos campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.

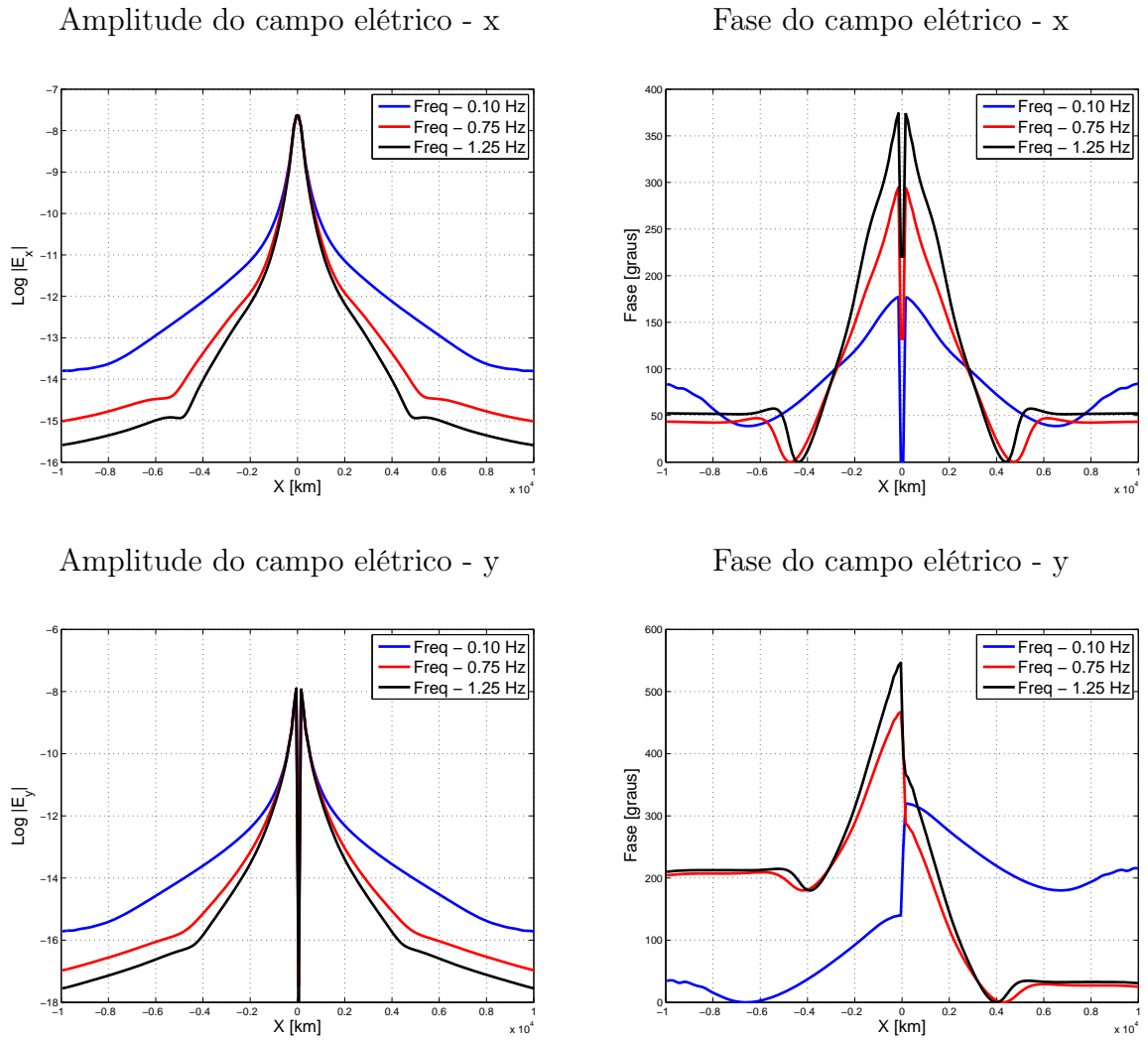
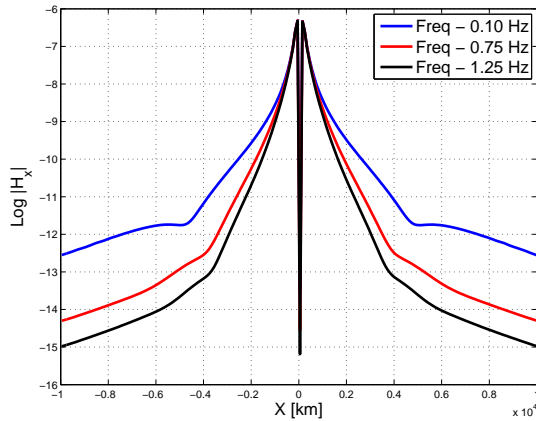
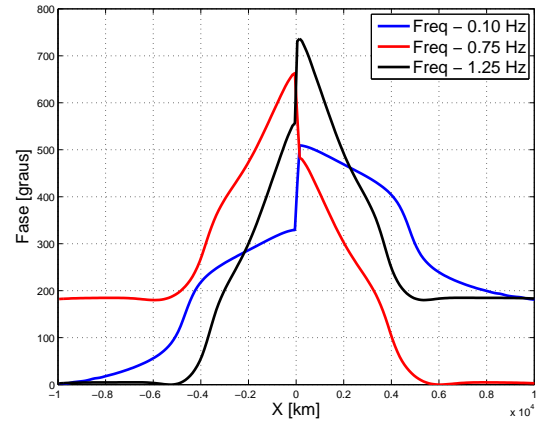


Figura 7.24: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.

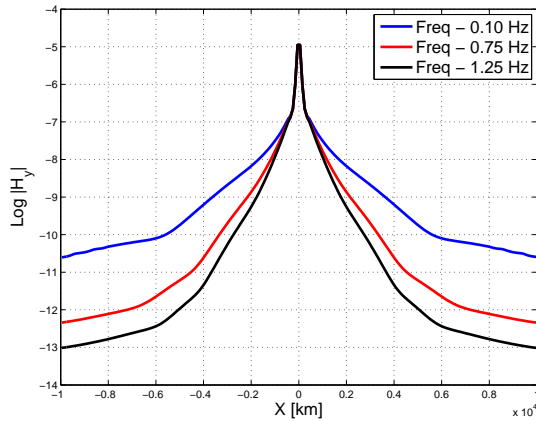
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

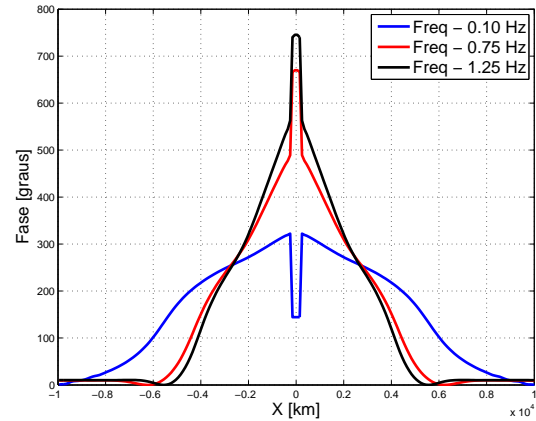
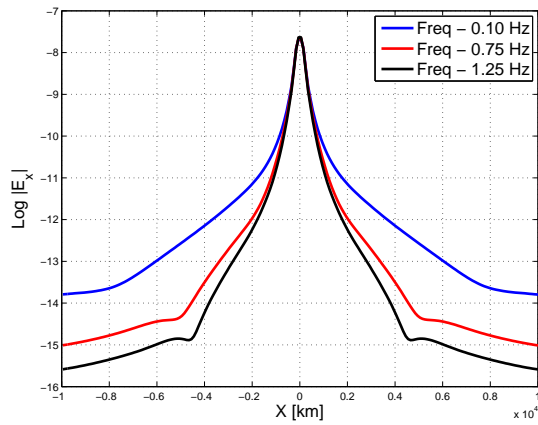


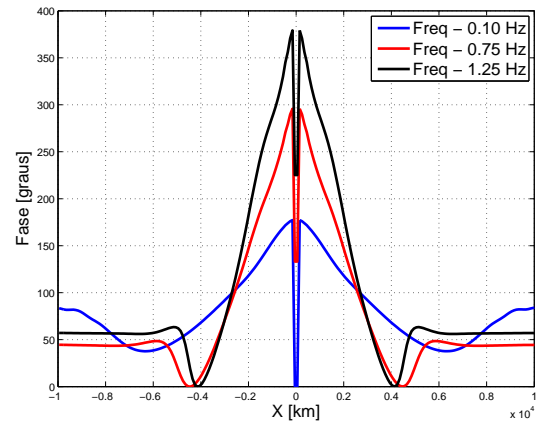
Figura 7.25: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.

Comparando os resultados obtidos a partir da modelagem 2.5D, para um modelo com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , e os resultados obtidos a partir da modelagem 3D apresentados nas figuras 7.9 e 7.10, observamos que eles são muito semelhantes, as componentes de ambos os campos apresentam o mesmo comportamento, ambos apresentam aproximadamente a mesma ordem de grandeza de amplitude dos campos elétrico e magnético, e as componentes em fase assinalam aproximadamente a mesma distância crítica para a qual as air-waves dominam o sinal. Tal comportamento se repete para os resultados devido ao campo calculado, figuras 7.26 e 7.27, onde é possível identificar uma diminuição da amplitude dos campos devido a diminuição do contraste de condutividade do meio.

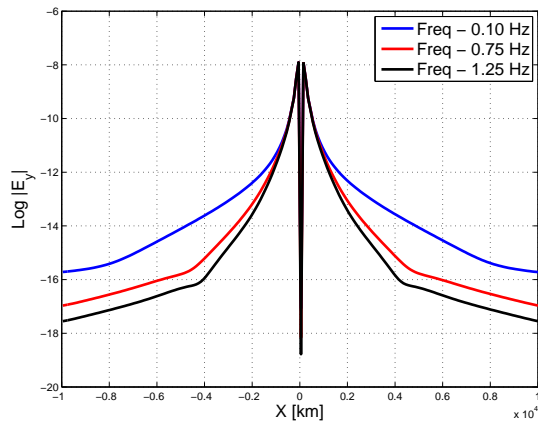
Amplitude do campo elétrico - x



Fase do campo elétrico - x



Amplitude do campo elétrico - y



Fase do campo elétrico - y

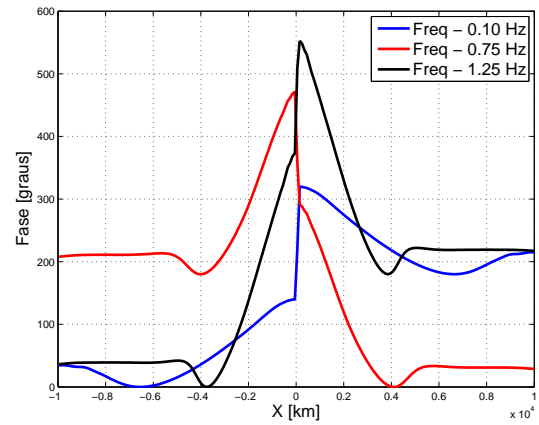
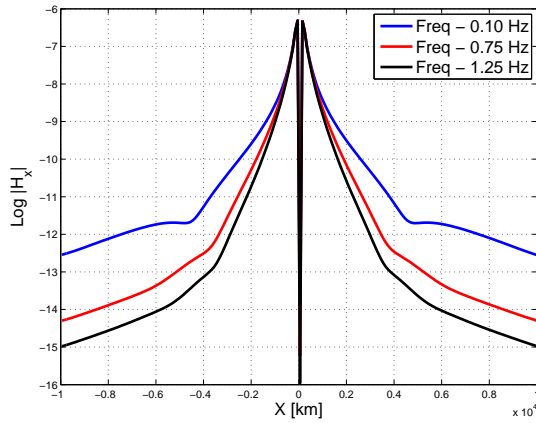
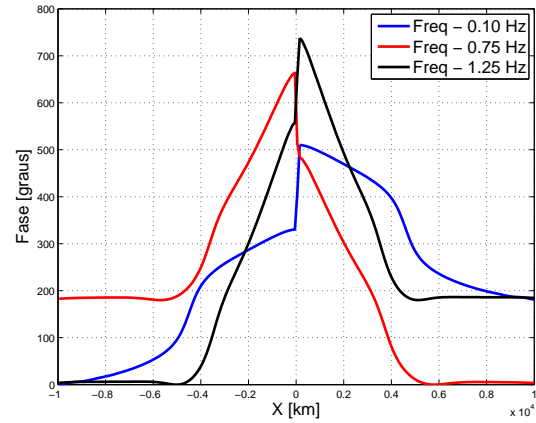


Figura 7.26: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.

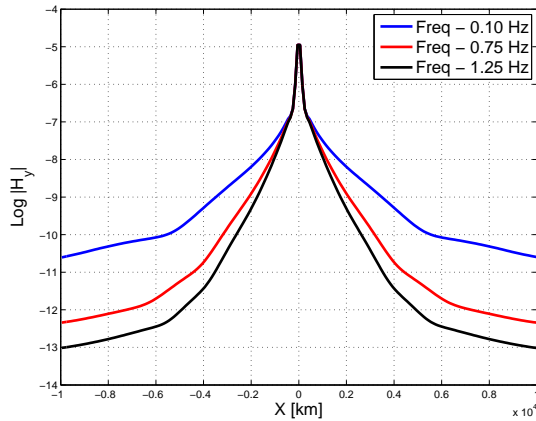
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

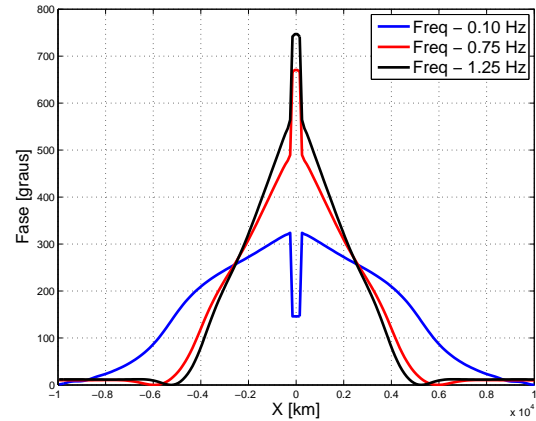


Figura 7.27: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de referência utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.

Os resultados da modelagem adjunta 2.5D, com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , foram muito semelhantes aos resultados da modelagem adjunta 3D, figuras 7.13, 7.14, 7.15, 7.16, 7.17 e 7.18, e portanto foram omitidos deste trabalho.

Por fim, como fruto da correlação cruzada entre os campos elétricos calculado e adjunto, temos o gradiente em relação ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, figuras 7.28 e 7.29.

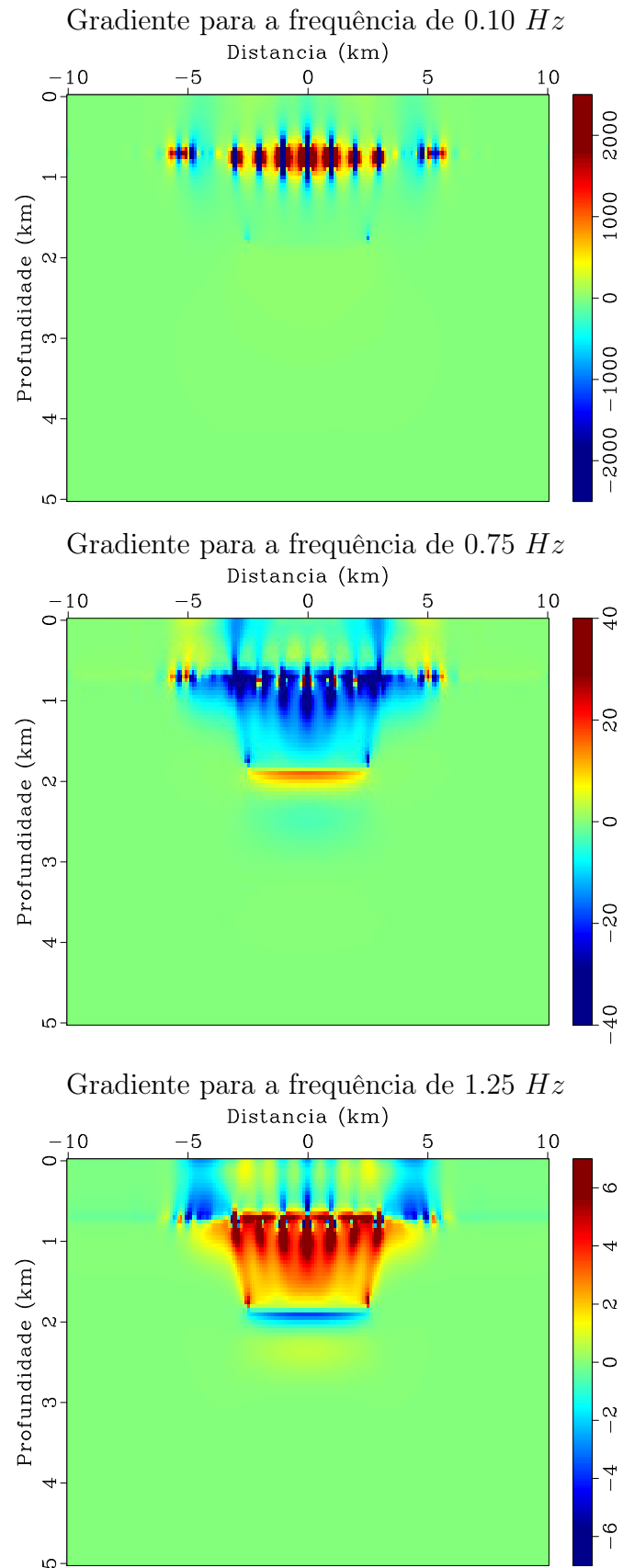


Figura 7.28: Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

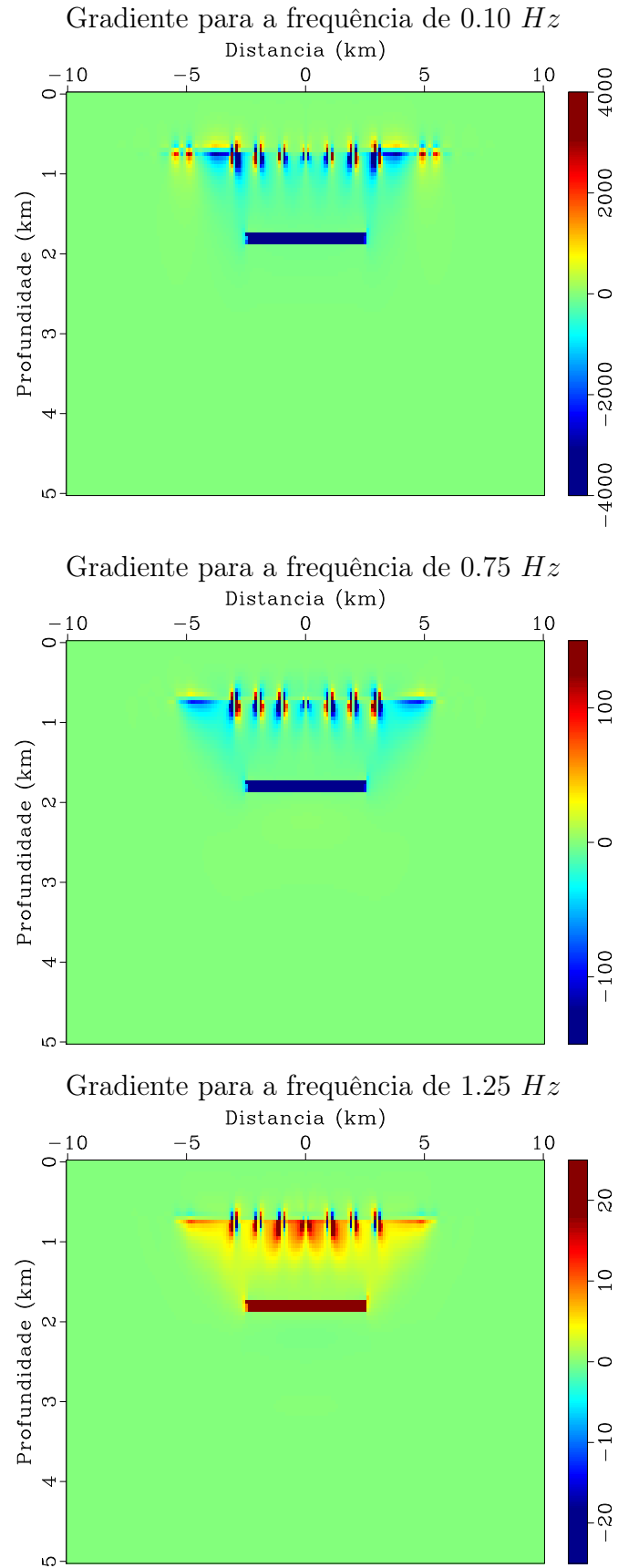


Figura 7.29: Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Como o modelo utilizado possui variação de condutividade apenas ao longo dos eixos x e z , apenas os gradientes devido às componentes ao longo dos eixos x e z do tensor de condutividade apresentam resultados relevantes. Conforme podemos perceber, o gradiente obtido a partir de modelagens 2.5D é muito semelhante ao gradiente obtido a partir da modelagem 3D, figuras 7.19 e 7.21, apresentando inclusive aproximadamente a mesma ordem de grandeza, de modo que o gradiente em relação à componente vertical do tensor de condutividade é mais sensível às variações de propriedade física do modelo, que o gradiente devido a componente horizontal do tensor de condutividade.

Agora, com o propósito de alcançarmos resultados com o mesmo nível de acurácia num tempo de simulação computacional menor, reduzimos progressivamente a extensão do modelo ao longo da direção y , direção para a qual o modelo é invariante, até atestarmos que a quantidade mínima de pontos para a qual obtemos resultados com o mesmo nível de acurácia, corresponde a 81 (oitenta e um).

As figuras 7.30 e 7.31 ilustram os modelos de resistividade horizontal e vertical para o modelo 2.5 D com 81 (oitenta e um) pontos ao longo da direção y a serem utilizados na modelagem dos dados observados e calculados, respectivamente.

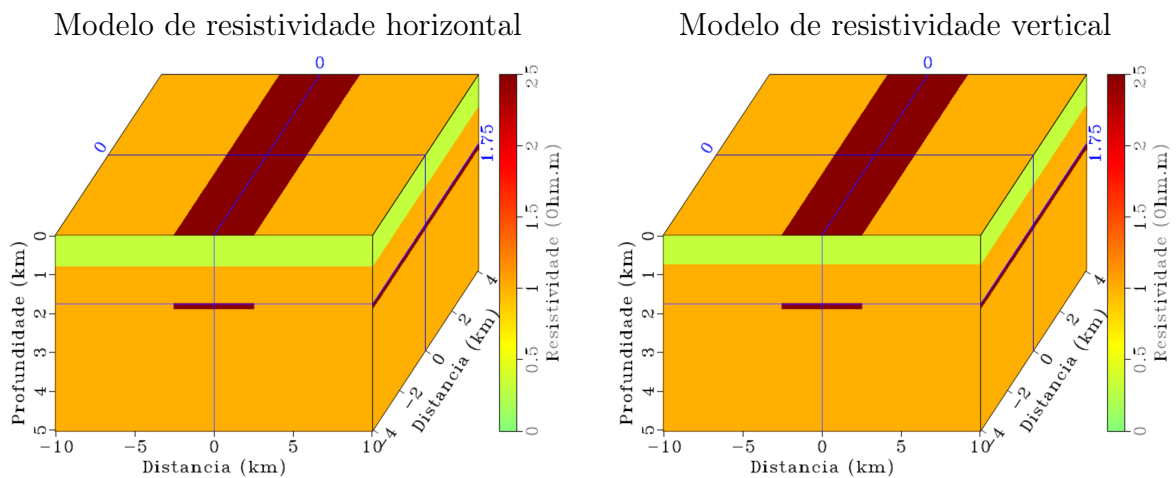


Figura 7.30: Modelos de resistividade horizontal e vertical a serem utilizados para obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D, com 81 pontos ao longo da direção y .

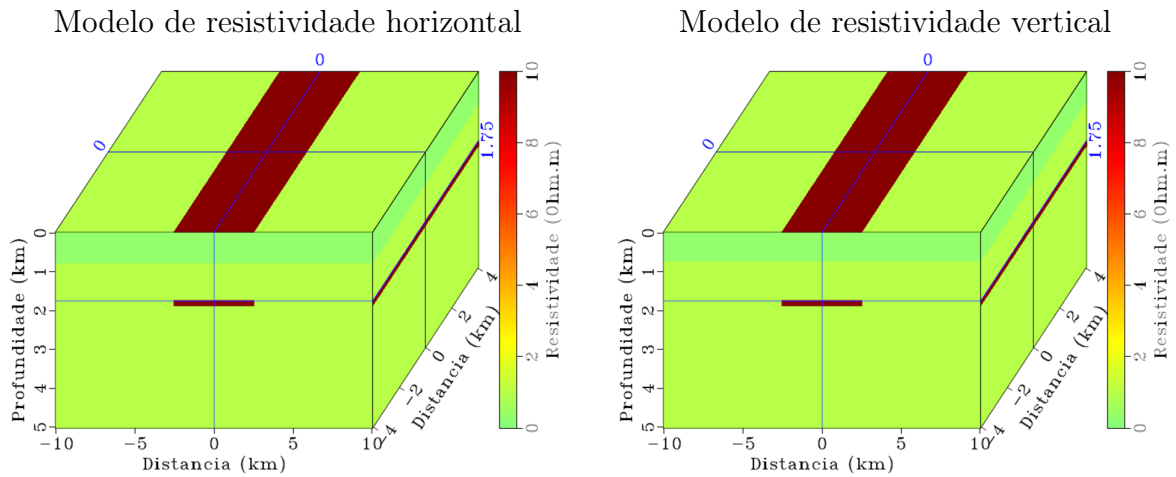
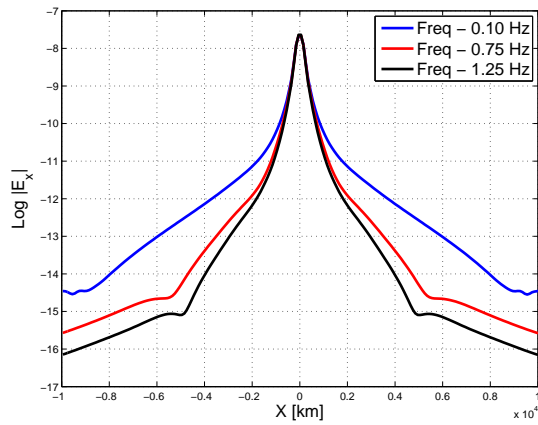


Figura 7.31: Modelos de resistividade horizontal e vertical a serem utilizados para obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D, com 81 pontos ao longo da direção y .

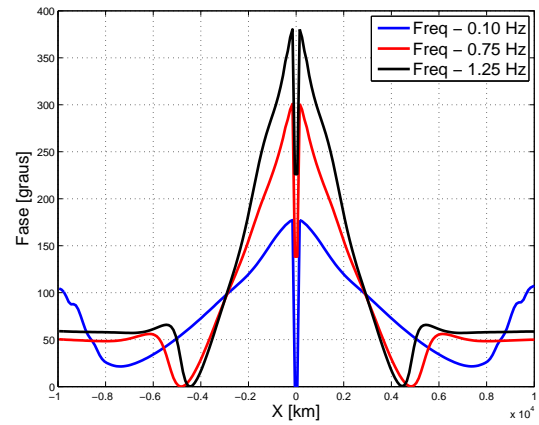
Os modelos representados pelas figuras 7.30 e 7.31 apresentam as mesmas características dos modelos representados pelas figuras 7.22 e 7.23, exceto pela extensão ao longo da direção norte-sul, que passou a ser 8 km , correspondendo a menos de $\frac{1}{3}$ (um terço) da extensão ao longo do eixo y do modelo de referência.

As figuras 7.32 e 7.33 exibem a amplitude e a fase das componentes x e y dos campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados.

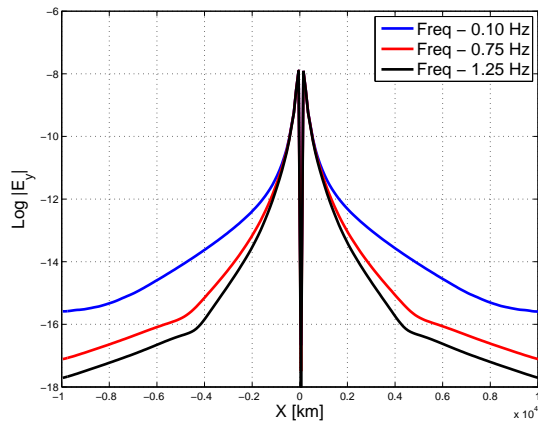
Amplitude do campo elétrico - x



Fase do campo elétrico - x



Amplitude do campo elétrico - y



Fase do campo elétrico - y

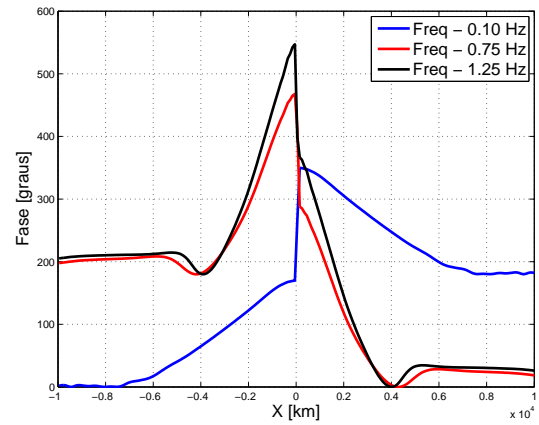
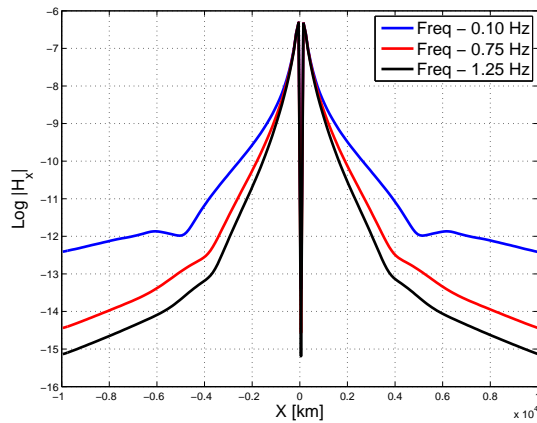
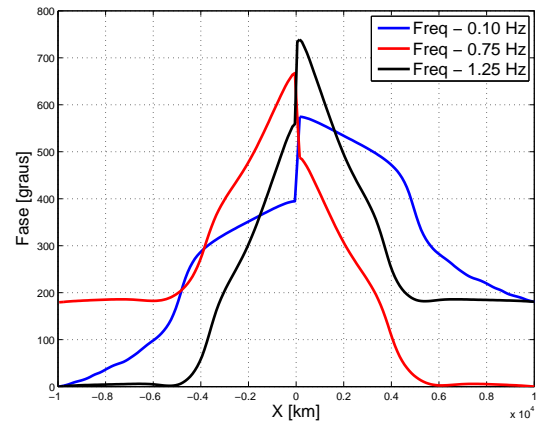


Figura 7.32: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.

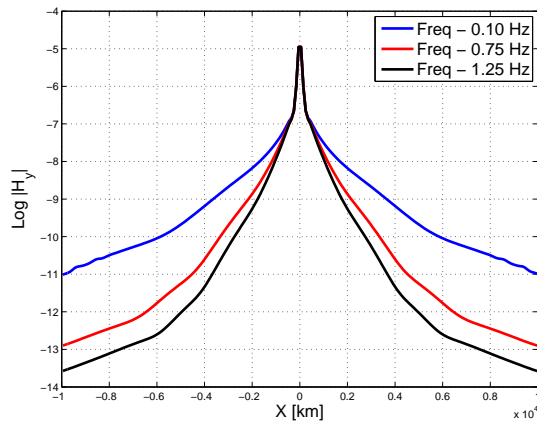
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

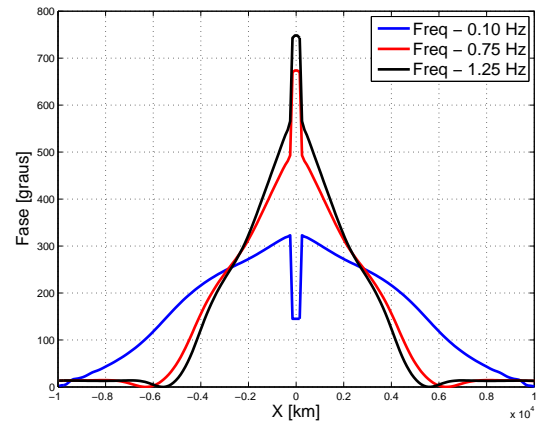
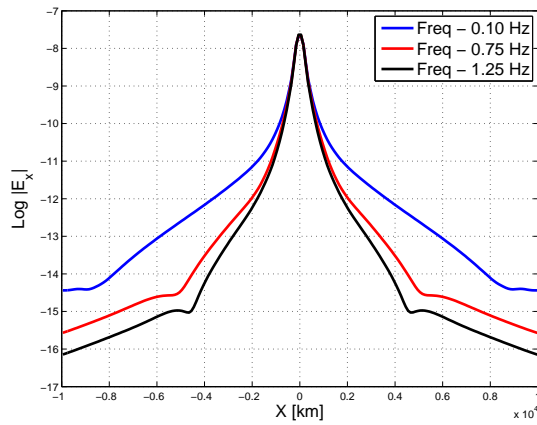


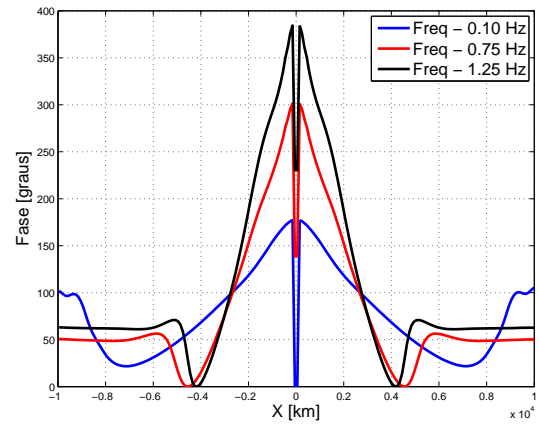
Figura 7.33: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados observados da modelagem 2.5D.

Ao compararmos as figuras 7.32 e 7.33 com as figuras 7.24 e 7.25, notamos que os campos obtidos a partir dos modelos de referência, com 301 (trezentos e um) pontos, e teste, com 81 (oitenta e um) pontos, são muito semelhantes, apresentando o mesmo padrão de comportamento para a amplitude e a fase dos campos, bem como, aproximadamente, a mesma ordem de grandeza. O mesmo acontece para os dados calculados, conforme podemos ver nas figuras 7.34 e 7.35 a seguir, onde, assim como para o modelo anterior, ocorre uma leve diminuição na amplitude dos campos, devido ao contraste de resistividade ser menor.

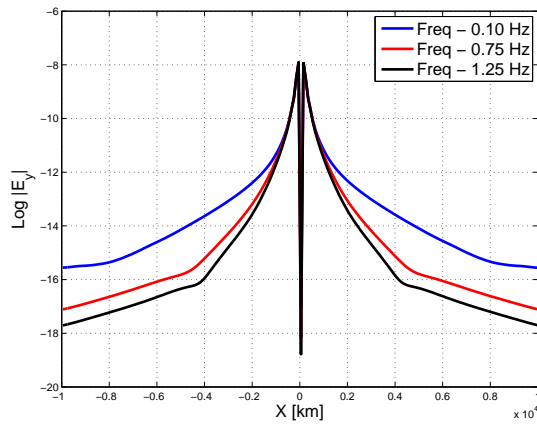
Amplitude do campo elétrico - x



Fase do campo elétrico - x



Amplitude do campo elétrico - y



Fase do campo elétrico - y

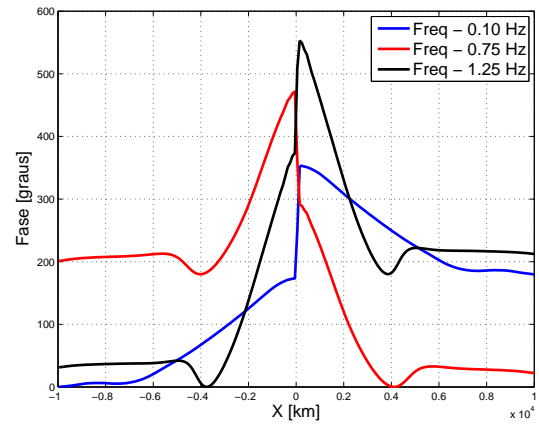
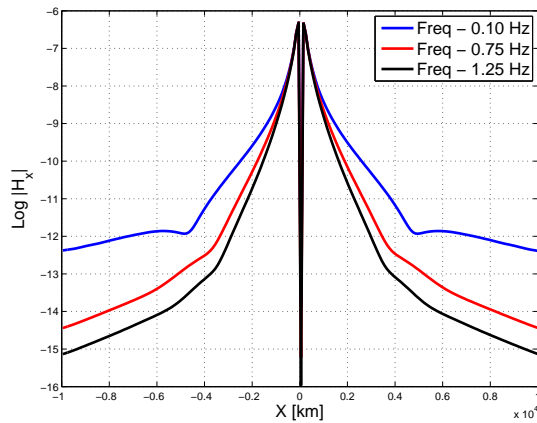
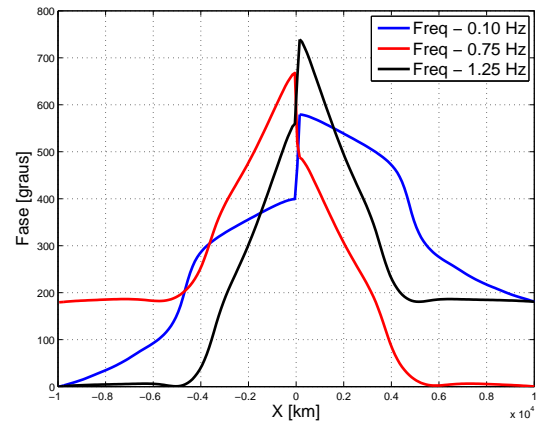


Figura 7.34: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.

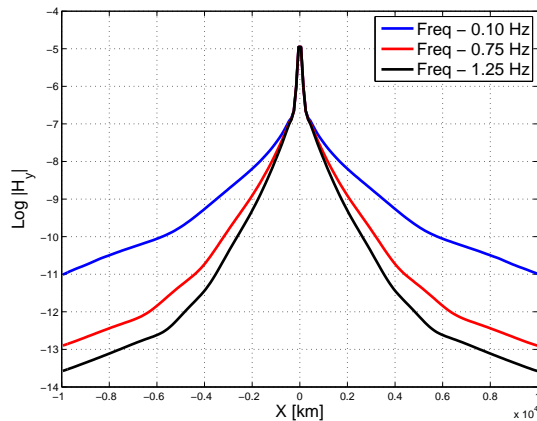
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

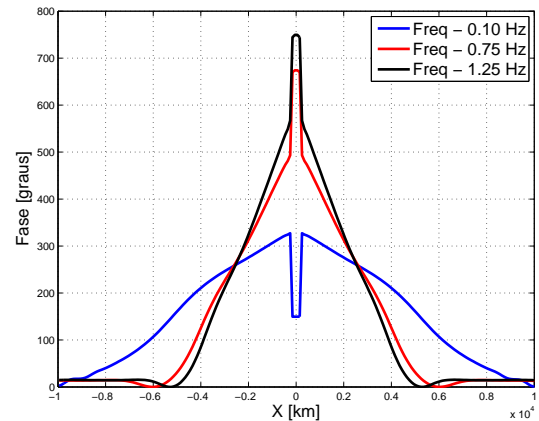


Figura 7.35: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo de teste utilizado para a obtenção dos dados calculados da modelagem 2.5D.

Os resultados da modelagem adjunta 2.5D, com 81 (oitenta e um) pontos ao longo da direção y , foram muito semelhantes aos resultados da modelagem adjunta 3D, e portanto foram omitidos deste trabalho.

As figuras 7.36 e 7.37 a seguir ilustram os gradientes para uma modelagem 2.5D de dados CSEM devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, com 81 (oitenta e um) pontos ao longo da direção norte-sul.

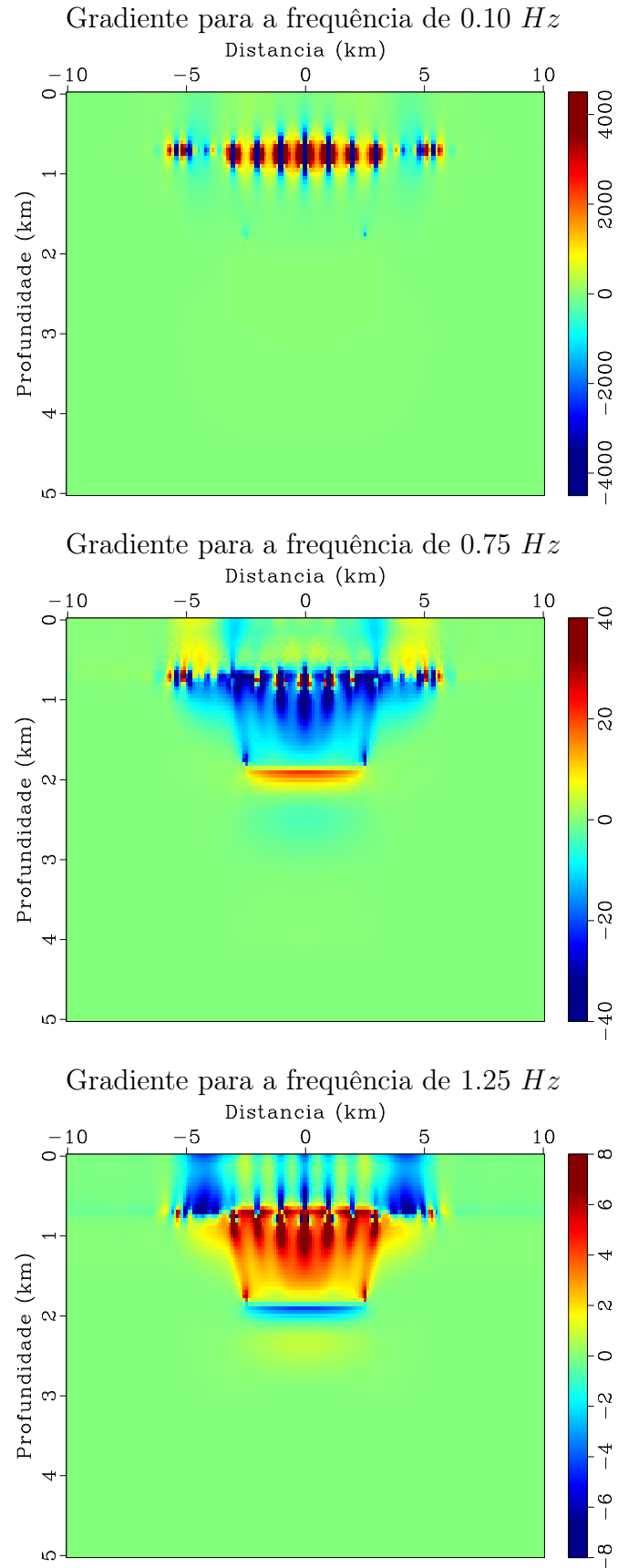


Figura 7.36: Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 81 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

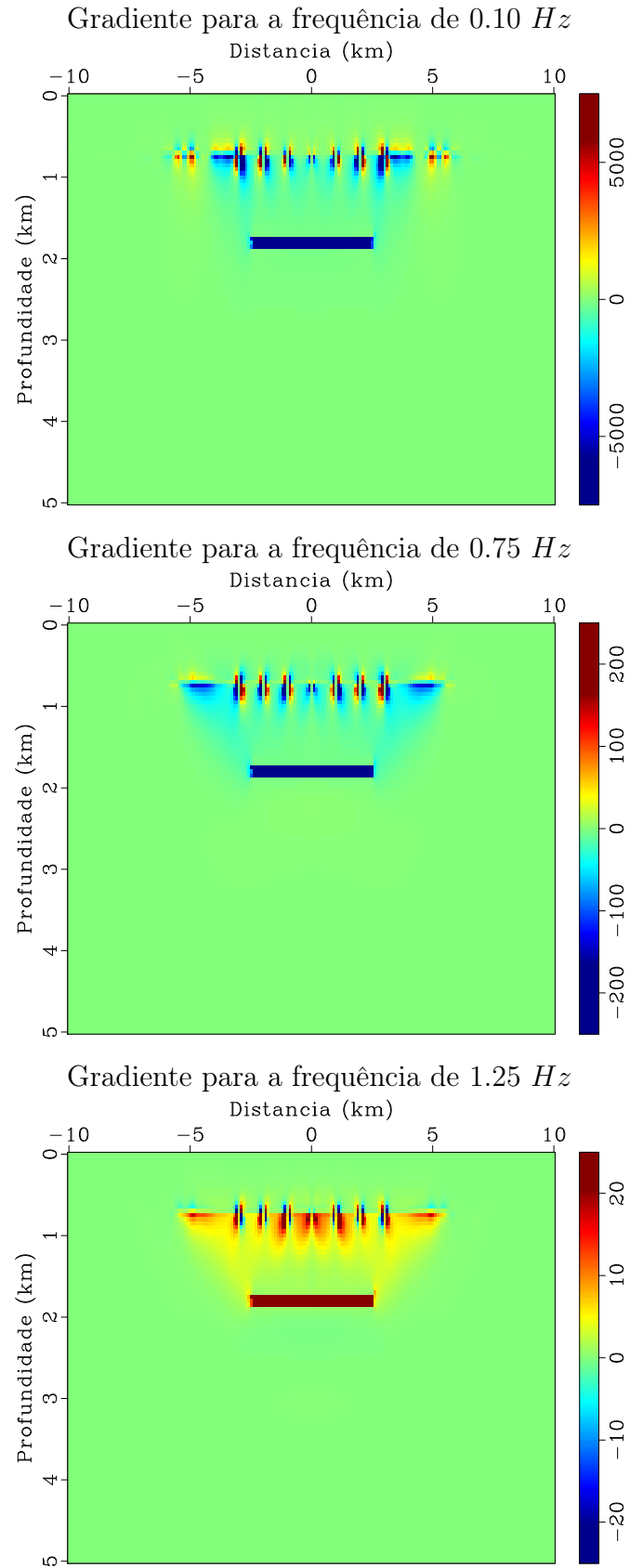


Figura 7.37: Gradiente para uma modelagem 2.5D de dados CSEM, com 81 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y , para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z , para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Conforme podemos perceber os gradientes obtidos a partir do modelo de teste apresentam as mesmas feições dos gradientes obtidos a partir do modelo referência em termos de indicação da localização do reservatório de hidrocarbonetos e efeitos devido a presença dos receptores. Entretanto, os processos de modelagem a partir do modelo com 81 (oitenta e um) pontos ao longo da direção y , necessários para a obtenção do gradiente, demandaram menos esforço computacional, uma vez que ele possui dimensões menores que o modelo com 301 (trezentos e um) pontos ao longo da direção y .

7.3 RESULTADOS PARA O MODELO MARLIM R3D

Geralmente os modelos geoeletricos utilizados em simulações computacionais de métodos eletromagnéticos são simples, de formulação matemática conhecida e não representam toda a complexidade geológica de ambientes reais. A fim de preencher esta lacuna, Carvalho e Menezes (2017), que, considerando que a maioria dos possíveis alvos de aquisições utilizando o método CSEM na margem continental brasileira correspondem a corpos turbidíticos no pós-sal, "desenvolveram o Marlim R3D (MR3D), um modelo geoeletrico anisotrópico realístico que tende a ser um padrão para estudos de CSEM"(Carvalho e Menezes, 2017). Este modelo apresenta um complexo padrão de resistividade, onde as regiões de alta resistividade estão associadas a areias turbidíticas, onde provavelmente há um reservatório de petróleo, imersas em um ambiente de baixa resistividade, sendo que as regiões mais profundas do modelo são marcadas por depósitos de sal.

O modelo Marlim R3D original possui 27.825 km de extensão ao longo da direção norte-sul, 25.55 km de extensão ao longo da direção leste-oeste e 6.145 km de profundidade. Para a simulação computacional implementada neste trabalho, nós diminuimos a lâmina d'água do modelo em 500 m e eliminamos o efeito da batimetria, atribuindo a todos os pontos do modelo acima de 750 m o valor da resistividade da água do mar, pois as variações topográficas do terreno geram efeitos galvânicos e indutivos, que segundo Jiracek (1990), podem induzir um aumento ou diminuição do campo elétrico total. Além disso, atribuímos uma resistividade limite para o modelo de 160 $\Omega.m$, visto que geralmente os reservatórios de hidrocarbonetos, nosso alvo de investigação, possuem até 100 $\Omega.m$ de resistividade. Por fim, reamostramos o modelo numa malha composta por células com 100 m de extensão ao longo dos eixos x e y , e 50 m de extensão ao longo do eixo z . A figura 7.38 a seguir, ilustra os modelo de resistividade horizontal e vertical, respectivamente, do modelo utilizado neste trabalho.

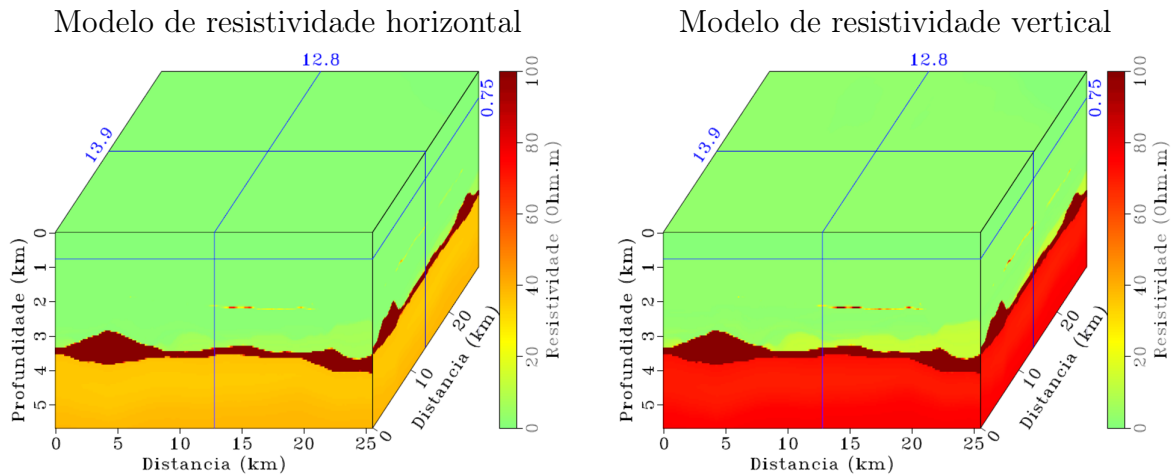
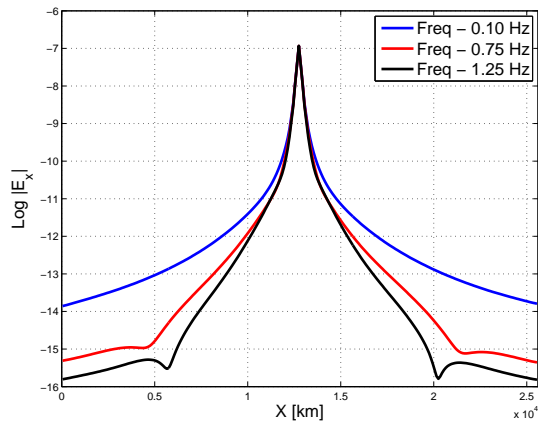


Figura 7.38: Modelos de resistividade horizontal e vertical do adaptado do modelo Marlim R3D.

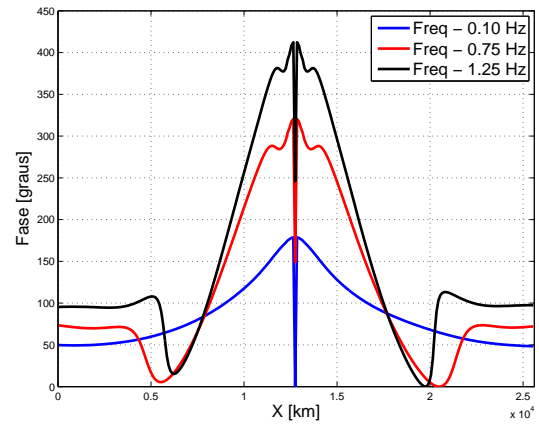
Para a simulação computacional dos campos elétrico e magnético devido a este modelo, implementamos uma modelagem no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência e o princípio da reciprocidade, conforme as orientações de Mittet (2010). A geometria de aquisição dos campos modelados consiste em 25 (vinte e cinco) fontes localizadas na real profundidade dos receptores, 750 *m*, dispostas no centro do modelo em relação aos eixos *x* e *y*, igualmente espaçadas entre si a cada 1020 *m*, com um offset mínimo entre fonte e origem do modelo de 510 *m*, emitindo um pulso por 15.7 *s*. Já os receptores foram dispostos na real profundidade das fontes, 700 *m*, no centro do modelo em relação ao eixo *y*, em cada ponto da malha, ou seja, os campos elétrico e magnético foram registrados ao longo de uma linha localizada no centro do modelo.

Como os campos elétricos e magnéticos foram modelados no domínio do tempo, o campo resultante possui um amplo espectro de frequência, de modo que optamos por extrair os campos apenas para as frequências 0.1, 0.75 e 1.25 *Hz*, as figuras 7.39 e 7.40 a seguir ilustram os gráficos de amplitude e fase dos campos elétrico e magnético para essas frequências.

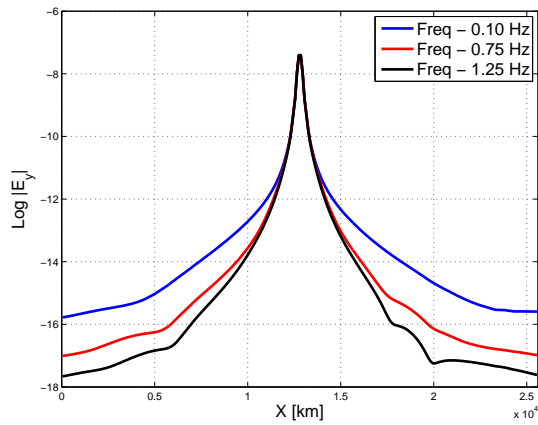
Amplitude do campo elétrico - x



Fase do campo elétrico - x



Amplitude do campo elétrico - y



Fase do campo elétrico - y

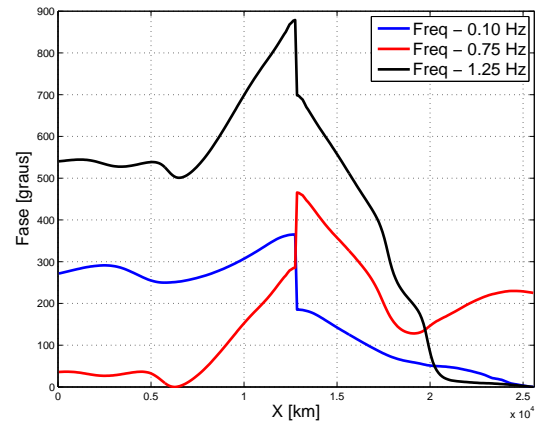
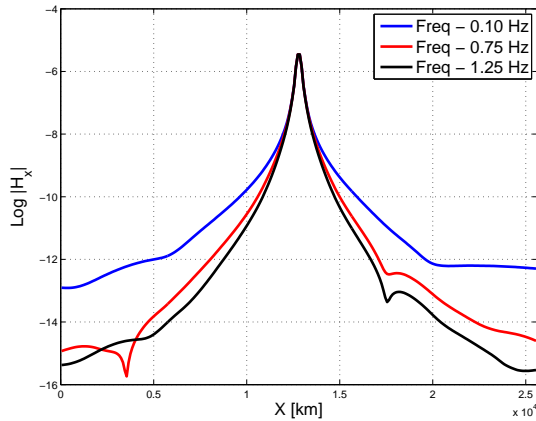
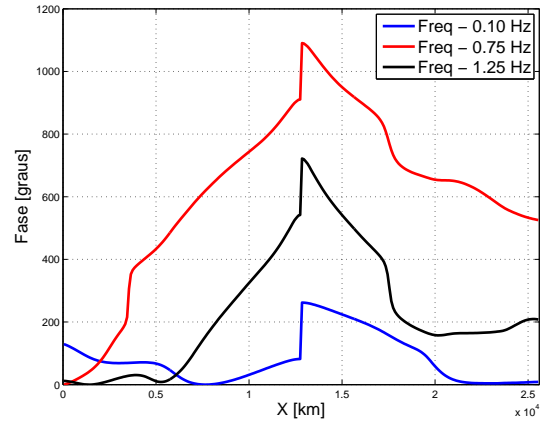


Figura 7.39: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados observados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz.

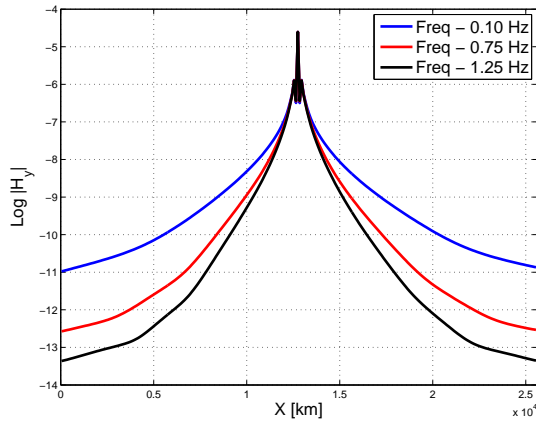
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

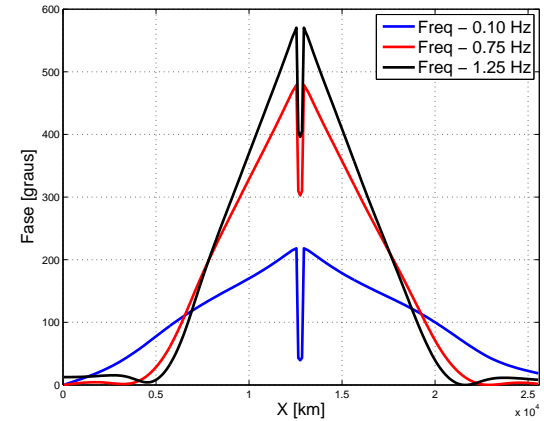


Figura 7.40: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados observados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz.

Conforme podemos perceber, apesar da complexidade geológica do ambiente simulado, os campos produzidos a partir da modelagem de dados CSEM no domínio do tempo são bem comportados, onde quanto menor a frequência, maior é amplitude e o skin depth dos campos, fazendo com que ele tenha mais informações a cerca das estruturas em subsuperfície. Na componente em fase também é possível identificarmos a distância crítica a partir da qual as air-waves dominam o sinal frente às estruturas em subsuperfície, a qual diminui com o aumento da frequência.

Para avaliarmos o comportamento das componentes em fase e em quadratura dos campos, temos as figuras 7.41 e 7.42, as quais exibem os campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo observado, ao longo dos eixos x , y e z , para a frequência de 0.1 Hz, para um receptor no centro do modelo.

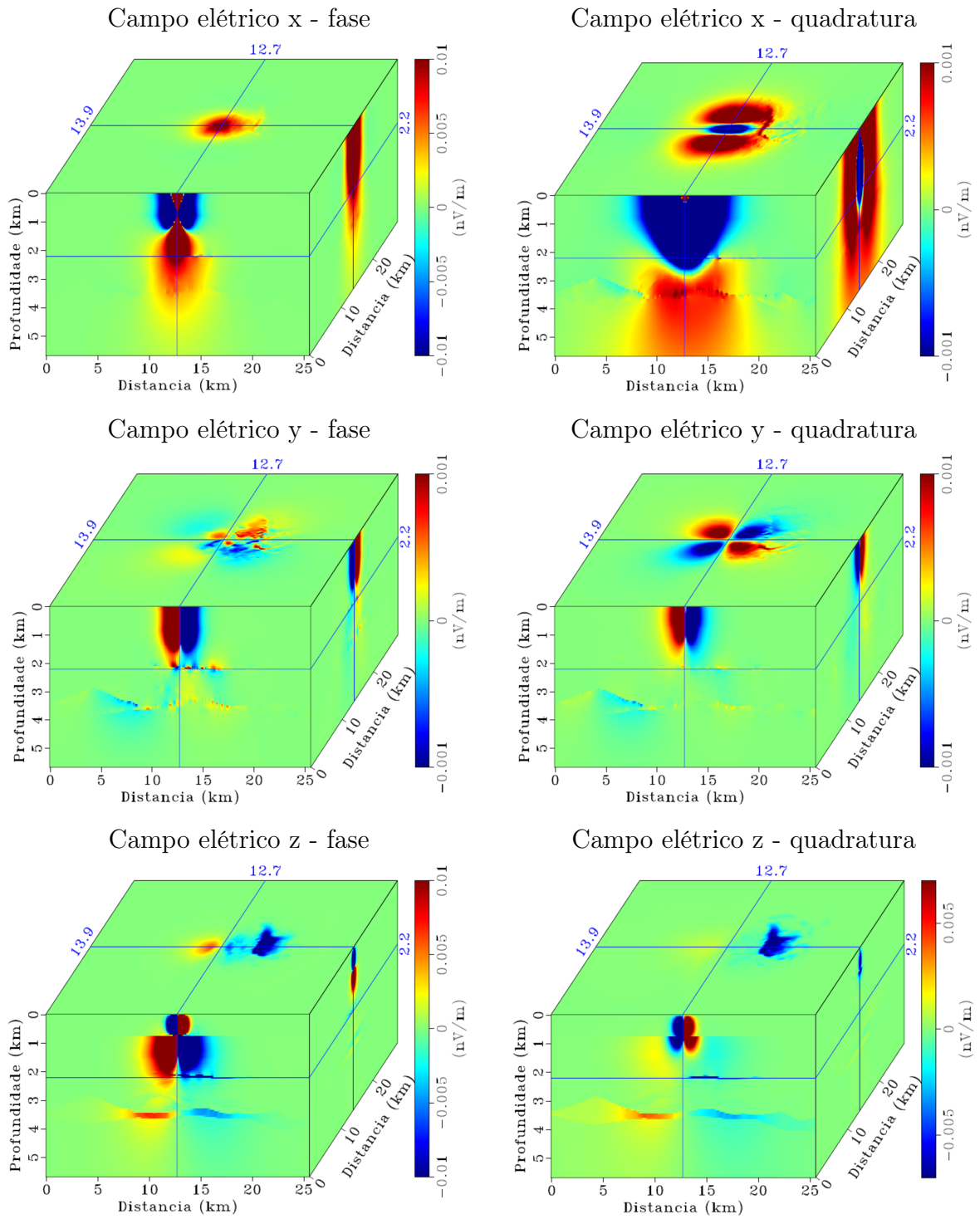


Figura 7.41: Modelagem das componentes em fase e em quadratura do campo elétrico devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, para a frequência de 0.1 Hz .

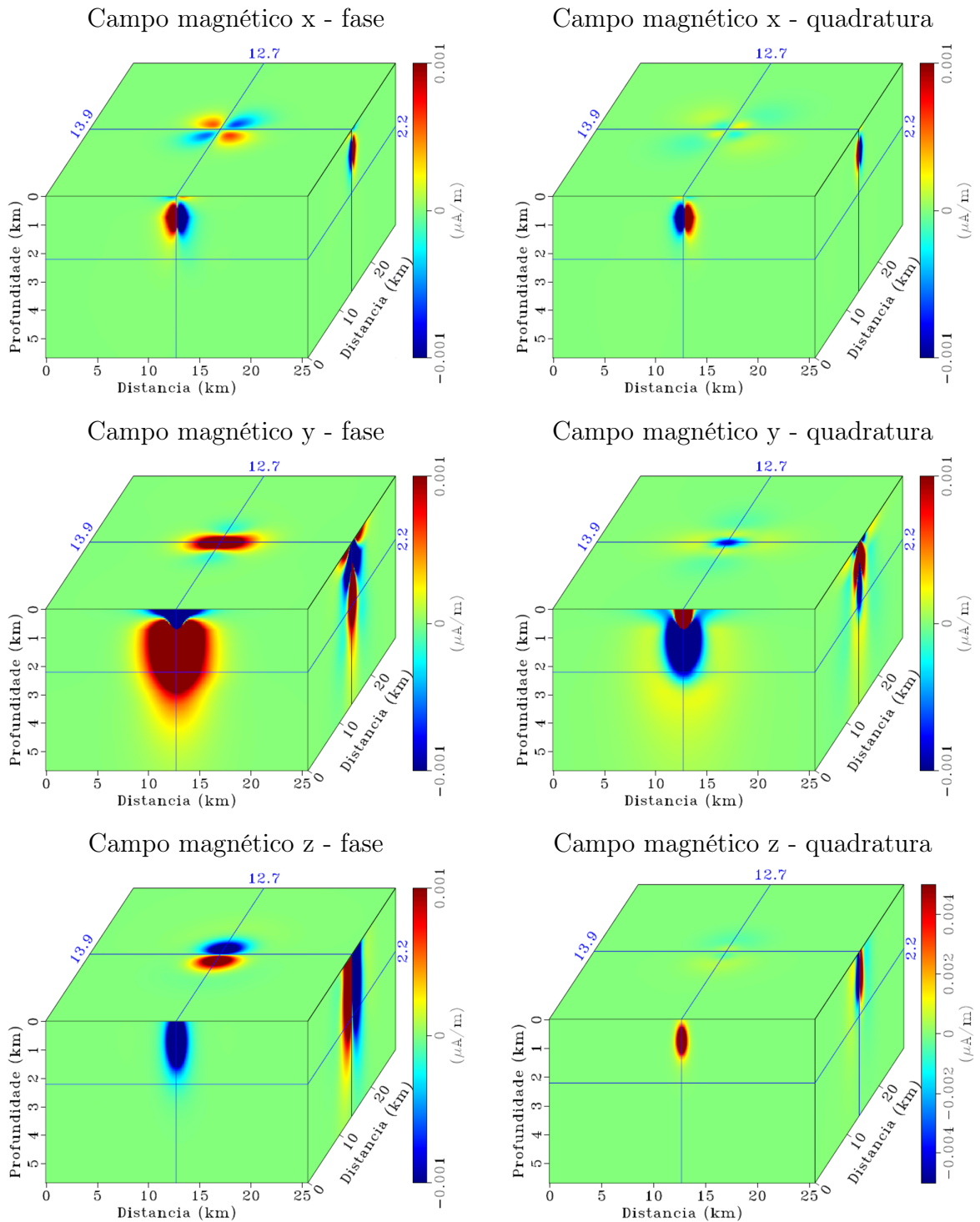


Figura 7.42: Modelagem das componentes em fase e em quadratura do campo magnético devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, para a frequência de 0.1 Hz .

Em ambas as figuras notamos que, assim como nos resultados anteriores, a intensidade do campo decai mais rapidamente com a distância do que com a profundidade, sendo que apenas as componentes do campo elétrico indicam a presença de corpos anômalos, um em cerca de 2 km , aproximadamente a profundidade do reservatório de hidrocarbonetos,

e outro a pouco mais de 3 *km*, aproximadamente a profundidade da camada de sal. A componente z do campo elétrico indica ainda a profundidade da lâmina d'água, a qual também é possível identificar na componente x do campo magnético.

A figura 7.43 a seguir, ilustra os modelos de resistividade horizontal e vertical utilizados para a modelagem dos dados calculados. Eles foram obtidos a partir da suavização do modelo ilustrado na figura 7.38.

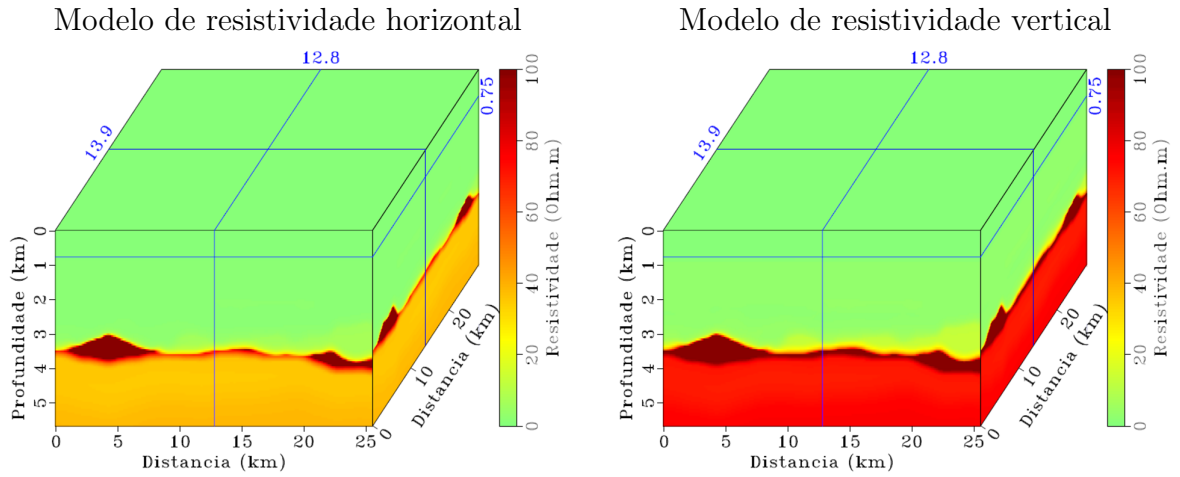


Figura 7.43: Modelos de resistividade horizontal e vertical do modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.

As figuras 7.44 e 7.45 exibem a amplitude e a fase das componentes x e y dos campos elétrico e magnético, respectivamente, referente ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados.

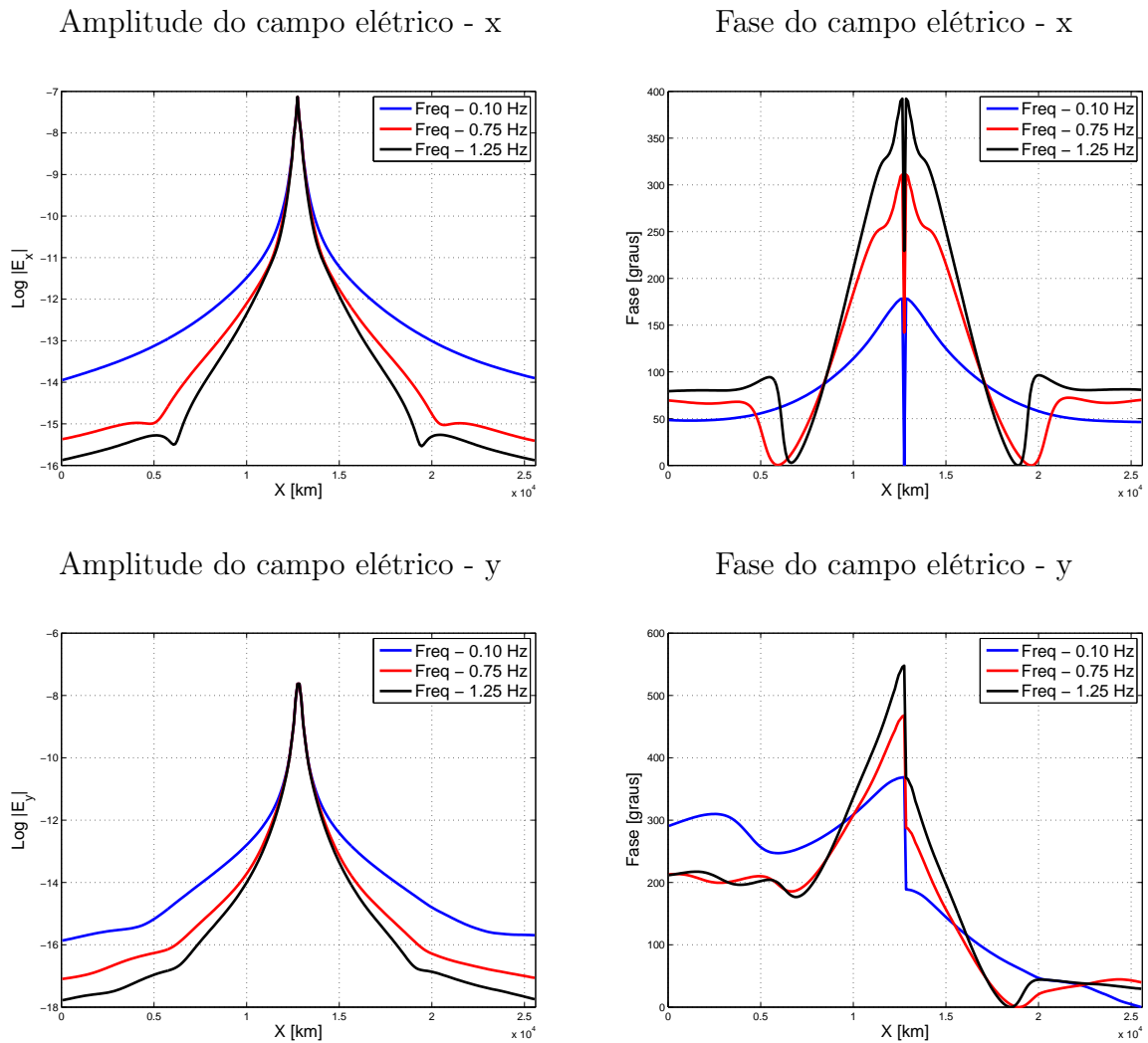
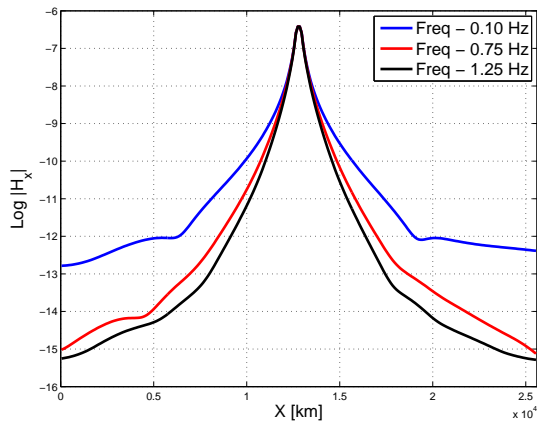


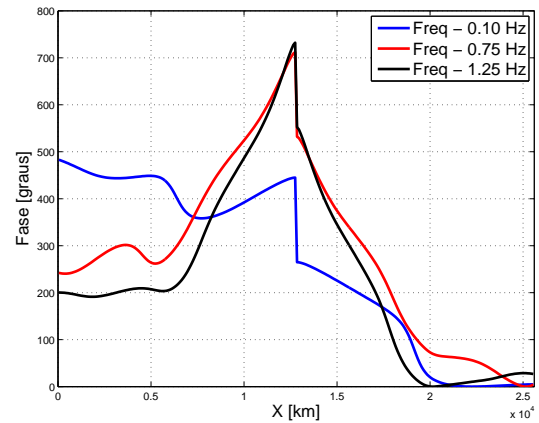
Figura 7.44: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo elétrico, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados calculados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz.

Ao compararmos as figuras 7.39 e 7.44, notamos que, na porção intermediária do sinal, responsável por registrar as respostas do campo devido as estruturas em subsuperfície, o campo apresenta uma amplitude maior na figura 7.39 que na figura 7.44, isso porque a figura 7.44 ilustra a resposta do campo elétrico devido ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, o qual corresponde a um modelo mais suave que o modelo utilizado para a obtenção dos dados observados, logo, o contraste de condutividade será menor e conseqüentemente a amplitude dos campos. Na fase dos campos elétricos observamos uma diminuição da distância crítica para a qual as air-waves dominam o sinal. Os mesmos efeitos são observados nas componentes ao longo das direções x e y do campo magnético a seguir, entretanto, aparentemente ele é menos sensível ao contraste de resistividade.

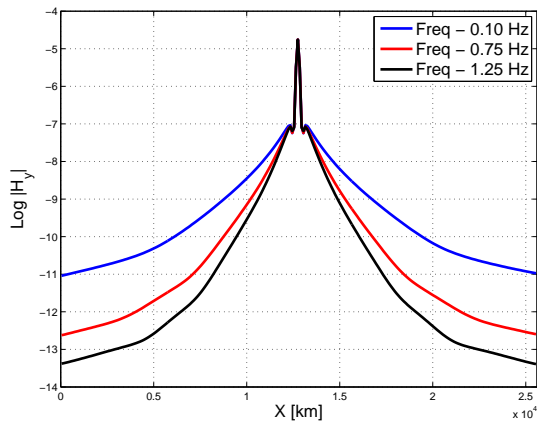
Amplitude do campo magnético - x



Fase do campo magnético - x



Amplitude do campo magnético - y



Fase do campo magnético - y

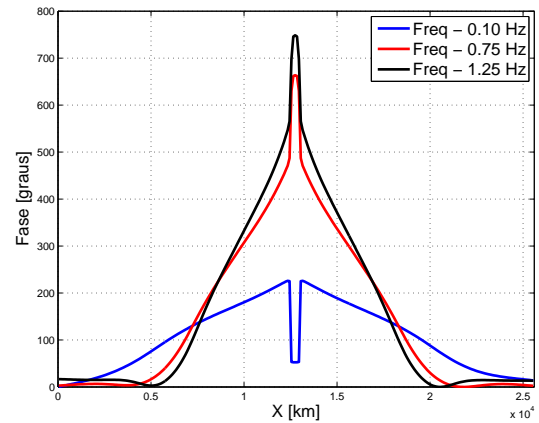


Figura 7.45: Amplitude e fase das componentes ao longo das direções x e y do campo magnético, devido ao modelo baseado no modelo Marlim R3D, utilizado para a obtenção dos dados calculados, para as frequências de 0.1, 0.75 e 1.25 Hz.

Assim como nas seções anteriores, os resultados da modelagem adjunta para este modelo foram muito semelhantes aos resultados da modelagem adjunta 3D, e portanto foram omitidos deste trabalho.

As figuras 7.46, 7.47 e 7.48 ilustram o gradiente em relação ao modelo utilizado para a obtenção dos dados calculados, devido às componentes do tensor de condutividade ao longo dos eixos x , y e z , fruto da correlação cruzada entre os campos elétrico calculado e adjunto.

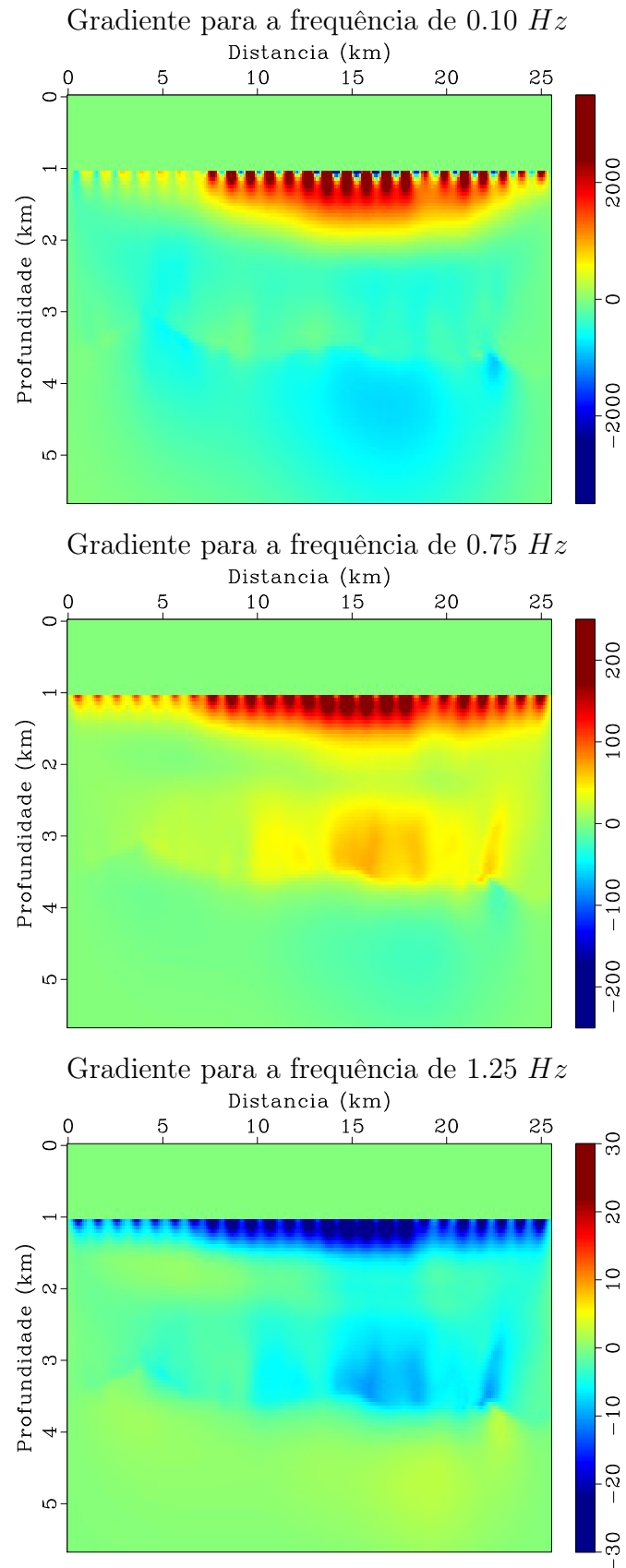


Figura 7.46: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção x do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

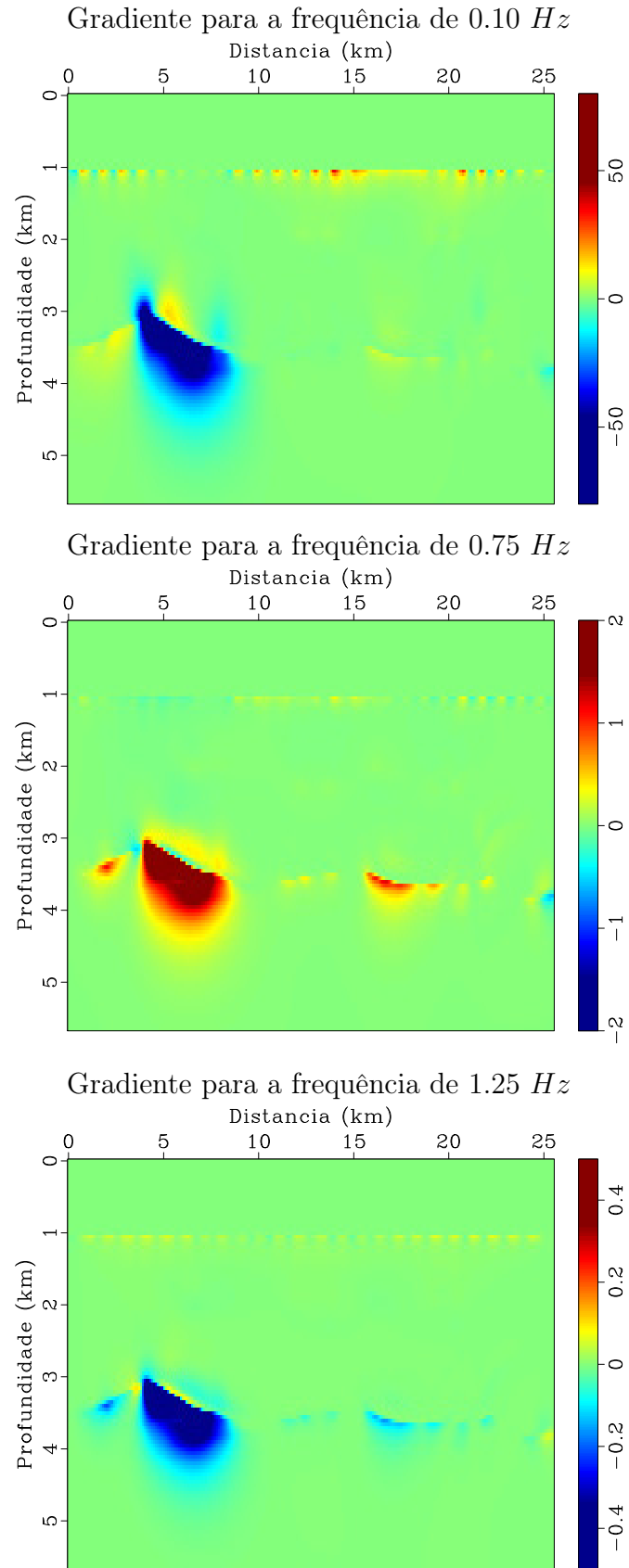


Figura 7.47: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção y do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

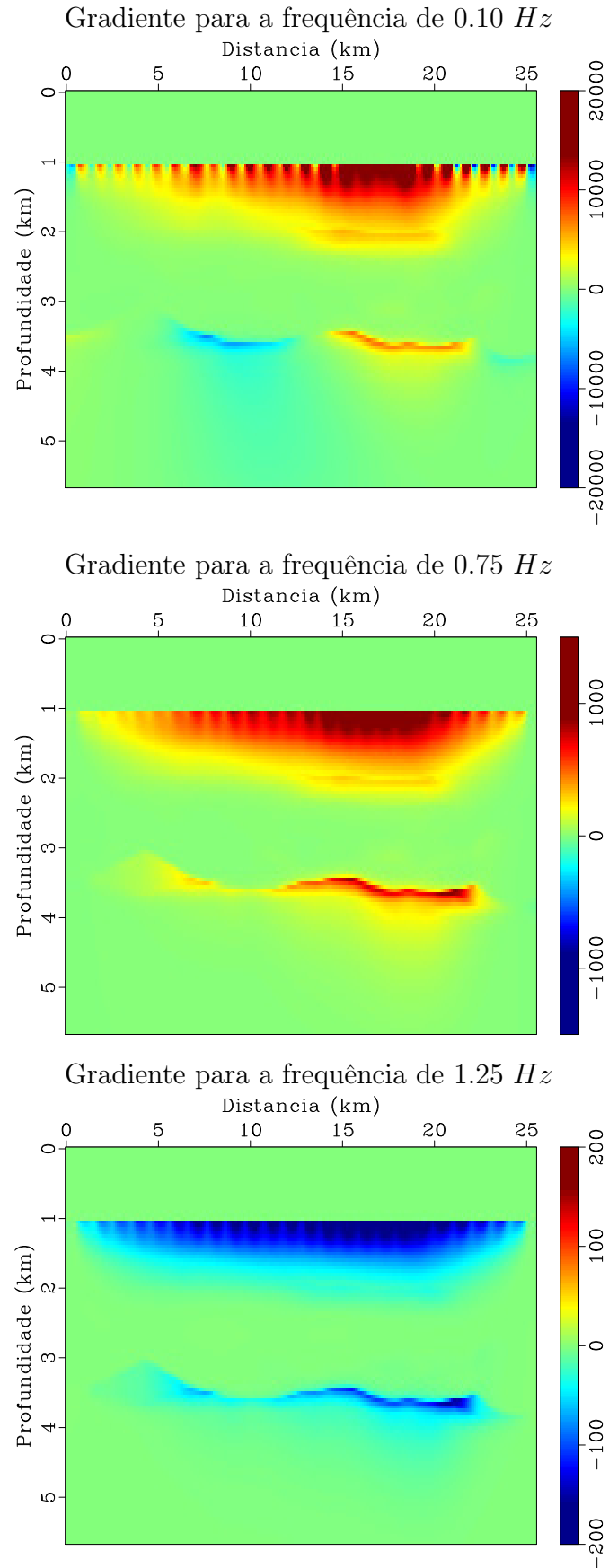


Figura 7.48: Gradiente dos dados modelados por meio do método CSEM, para a componente do tensor de condutividade ao longo da direção z do modelo baseado no Marlim R3D, para as frequências de 0.10 Hz , 0.75 Hz e 1.25 Hz .

Assim como nas seções anteriores, o gradiente devido às componentes horizontais do tensor de condutividade é menos sensível às variações de propriedade física do modelo, do que o gradiente devido à componente vertical do tensor de condutividade. Outros comportamento semelhante dos gradientes ilustrados pelas figuras 7.46, 7.47 e 7.48, com os das seções anteriores, é que, conforme a frequência aumenta, a amplitude da escala de variação diminui. Além disso podemos perceber que, tanto a camada de sal, quanto o reservatório turbidítico, aparentam ter sido melhor imageados para a frequência de 0.75 Hz , essa diferença provavelmente se deve à profundidade intermediária desses alvos, de modo que uma frequência mais baixa realçou estruturas mais profundas, como a camada de sal, uma frequência intermediária delineou bem o reservatório turbidítico e o topo da camada de sal, já uma frequência mais elevada acabou realçando o efeito devido a presença dos receptores, que estão na porção mais rasa do modelo.

Vale ressaltar que, nos gradientes ilustrados pelas figuras anteriores, foi aplicada uma janela de suavização, a fim de mitigarmos os efeitos da fonte para todos os pontos acima de 1 km , isso porque, na prática, como as regiões do modelo compreendidas pela camada de água e pelas fontes não são de nosso interesse, elas sequer são atualizadas no processo de inversão, sendo comum a aplicação de janelas de suavização à essas regiões.

Por definição, o gradiente indica a direção de máxima variação do modelo, como na inversão buscamos encontrar o modelo que melhor ajuste os dados observados e calculados, de tal maneira que a diferença entre eles seja a menor possível, o que utilizamos é o inverso do gradiente, desconsiderando o efeito devido às fontes. Sendo assim, na inversão o gradiente indicará justamente a localização de corpos anômalos, sejam eles reservatórios de hidrocarbonetos, ou domos salinos, como nosso alvo de investigação são reservatórios de hidrocarbonetos, o gradiente devido aos campos amostrados numa frequência de 0.75 Hz , implicaria numa taxa de convergência menor para o processo de inversão, além de produzir resultados de melhor qualidade, mais próximos do verdadeiro modelo de resistividade.

8 CONCLUSÃO

A proposta deste trabalho era obter o gradiente a ser utilizado na inversão de dados adquiridos a partir do método CSEM, empregando o método dos estados adjuntos, devido ao fato de este requerer apenas uma modelagem direta e outra adjunta, as quais foram implementadas no domínio do tempo com o propósito de aumentar a eficiência deste processo, visto que com apenas uma modelagem seria possível adquirir os resultados num amplo espectro de frequência, nos permitindo extrair o campo em quantas fossem as frequências que desejássemos analisar, sem a adição de custos computacionais no processo de modelagem. Para tanto, fizemos uso de uma fonte causal, ponderada pelo pulso Ricker, a fim de evitar a dispersão temporal, com um tempo de propagação condizente com os ambientes e arranjos de aquisição simulados. Como forma de demonstrar a aplicabilidade da metodologia proposta, mesmo para a simulação de ambientes mais complexos geologicamente, fizemos algumas adaptações ao modelo Marlim R3D, a fim de garantir a obtenção do gradiente a ser utilizado na inversão deste modelo num tempo hábil, para então aplicarmos o método dos estados adjuntos, com modelagens no domínio do tempo utilizando o princípio da correspondência.

Na etapa de validação, comprovamos que a modelagem numérica dos campos elétrico e magnético no domínio do tempo produz resultados condizentes com a resposta analítica das equações de Maxwell, de modo que a discrepância entre as duas respostas manteve-se abaixo do nível de ruído e de resolução do modelo. Nesta fase também comprovamos a eficácia do algoritmo desenvolvido para modelagens 2.5 D ao compararmos tais resultados com os resultados obtidos a partir de uma modelagem no domínio da frequência utilizando elementos finitos.

Garantida a eficácia da modelagem dos campos eletromagnéticos no domínio do tempo, demonstramos a semelhança entre os campos sísmicos acústicos e os campos eletromagnéticos, quando eles encontram-se no domínio fictício temporal, comprovando o fato de que as ondas eletromagnéticas passam a ter um comportamento ondulatório neste domínio, e que a conversão dos campos do domínio fictício para o domínio dispersivo, e vice-versa, não altera as trajetórias de propagação dos campos. Avaliamos também a efetividade desta técnica aliada ao método dos estados adjuntos na obtenção do gradiente a ser utilizado na inversão de dados CSEM. Conforme pudemos perceber, os resultados obtidos para a modelagem 3D estão de acordo com os resultados descritos na literatura, alcançados através de outros métodos.

Nos resultados devido às modelagens 2.5 D, onde utilizamos a mesma metodologia de modelagem e geometria da fonte das modelagens 3 D, mas simulamos meios invariantes e com dimensão proporcionalmente infinita ao longo da direção norte-sul, concluímos que a estratégia de redução do modelo ao longo da direção invariante, mostrou-se uma

ferramenta eficaz, sendo necessários pouco menos de um terço da quantidade original de pontos ao longo desta, para garantir resultados suficientemente representativos e com uma demanda computacional menor, tanto em termos de tempo, quanto em termos de memória.

Duas questões que sempre norteiam trabalhos de modelagem geofísica são o quão representativos dos ambientes em subsuperfície reais os modelos utilizados são, e se os algoritmos desenvolvidos são capazes de modelar ambientes geologicamente mais complexos, para sanar tais questões dentro de um intervalo de tempo hábil, fizemos algumas adaptações ao modelo Marlim R3D, para então aplicarmos a metodologia aqui proposta de obtenção do gradiente, a qual mostrou-se eficiente, fornecendo resultados condizentes com os já obtidos para modelos mais simples, e de extrema relevância para o estudo de ambientes mais complexos, como os comumente encontrados na indústria do petróleo.

De modo geral, os gradientes obtidos a partir de modelagens 3 D e 2.5 D de ambientes geologicamente simples, e os gradientes obtidos a partir da modelagem 3 D do meio baseado no modelo Marlim R3D, apresentaram maior resolução ao longo da direção vertical do que ao longo da direção horizontal, independentemente do modelo utilizado, ou da frequência de investigação.

Além das conclusões já apresentadas, podemos dizer também que a técnica implementada neste trabalho de absorção dos campos elétrico e magnético ao longo das bordas do modelo, foi muito eficiente, uma vez que mesmo para uma região pouco espessa, apenas onze pontos da malha, os campos foram atenuados de maneira satisfatória, evitando que sinais espúrios impliquem em resultados não físicos na inversão.

Tendo em vista os aspectos aqui apresentados, podemos dizer que todos os objetivos propostos foram alcançados, tanto no que se refere à ratificação das metodologias de modelagem e obtenção do gradiente como ferramentas simples e eficazes até na simulação de ambientes mais complexos, como na eficiência computacional das mesmas, tornando o algoritmo desenvolvido um recurso promissor para a indústria petrolífera.

As perspectivas futuras para este trabalho são a implementação de uma máscara de absorção mais apropriada para o gradiente, de modo que ela absorva de maneira mais eficiente o campo na região compreendida pela fonte, e preserve o mesmo nas regiões mais profundas do modelo, a inversão dos dados apresentados, a implementação de elementos finitos espectral, para que possamos simular ambientes onde há variação de batimetria de maneira apropriada e adaptar o código para que este possa modelar dados reais armazenados no padrão estabelecido pela Petrobras. Além disso, pretendemos utilizar o algoritmo desenvolvido para implementarmos a inversão conjunta entre dados sísmicos e do método CSEM, visto que ambos apresentam a mesma escala de investigação, sendo possível correlacionar as propriedades físicas às quais cada método é sensível e assim complementar as informações obtidas através de cada método a fim de reduzir a ambiguidade do processo de inversão.

REFERÊNCIAS

- Carvalho, B.R. e Menezes, P.T.L., 2017, Marlim r3d: a realistic model for csem simulations-phase i: model building. *Brazilian Journal of Geology*, **47**(4), 633–644, doi:10.1590/2317-4889201720170088.
- Chavent, G., 2010, *Nonlinear Least Squares for Inverse Problems – Theoretical Foundations and Step-by-Step Guide for Applications*. No. 1 in *Scientific Computation*, Springer Netherlands, doi:10.1007/978-90-481-2785-6.
- Claerbout, Jon F. e Fomel, S., 2003, *IMAGE ESTIMATION BY EXAMPLE: Geophysical Soundings Image Construction - Multidimensional autoregression*.
- Constable, S., 2006, Marine electromagnetic methods—a new tool for offshore exploration. *The Leading Edge*, **25**(4), 438–444, doi:10.1190/1.2193225.
- Constable, S. e Srnka, L.J., 2007, An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, **72**(2), WA3–WA12, doi:10.1190/1.2432483.
- de Hoop, A.T., 1996, A general correspondence principle for time-domain electromagnetic wave and diffusion fields. *Geophysical Journal International*, **127**(3), 757–761, doi:10.1111/j.1365-246x.1996.tb04054.x.
- Eidesmo, T. et al., 2002, Sea bed logging (sbl), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. *First break*, **20**(3).
- Fichtner, A., 2010, *Full seismic waveform modelling and inversion*. Springer Science & Business Media, doi:10.1007/978-3-642-15807-0.
- Golub, Gene H.; Van Loan, C.F., 2012, *Matrix Computations*, vol. 3 de *Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences*. Johns Hopkins University Press, 4th edn.
- Holberg, O., 1987, Computational aspects of the choice of operator and sampling interval for numerical differentiation in large-scale simulation of wave phenomena. *Geophysical prospecting*, **35**(6), 629–655, doi:10.1111/j.1365-2478.1987.tb00841.x.
- Jiracek, G.R., 1990, Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction. *Surveys in Geophysics*, **11**, doi:10.1007/bf01901659.
- Johansen, S.E., Wicklund, T.A. e Amundssen, H.E., 2007, Interpretation example of marine csem data. *The Leading Edge*, **26**(3), 348–354, doi:10.1190/1.2715055.

- Komatitsch, D. e Martin, R., 2007, An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophysics*, **72**(5), SM155–SM167, doi:10.1190/1.2757586.
- Kuzuoglu, M. e Mittra, R., 1996, Frequency dependence of the constitutive parameters of causal perfectly matched anisotropic absorbers. *IEEE Microwave and Guided wave letters*, **6**(12), 447–449, doi:10.1109/75.544545.
- Lailly, P. e Bednar, J., 1983, The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. *Conference on inverse scattering: theory and application*, Siam Philadelphia, PA, 206–220.
- Lee, K.H., Liu, G. e Morrison, H., 1989, A new approach to modeling the electromagnetic response of conductive media. *Geophysics*, **54**(9), 1180–1192, doi:10.1190/1.1442753.
- Løseth, L. e Ursin, B., 2007, Electromagnetic fields in planarly layered anisotropic media. *Geophysical Journal International*, **170**(1), 44–80, doi:10.1111/j.1365-246x.2007.03390.x.
- Maaø, F.A., 2007, Fast finite-difference time-domain modeling for marine-subsurface electromagnetic problems. *Geophysics*, **72**(2), A19–A23, doi:10.1190/1.2434781.
- Mittet, R., 2010, High-order finite-difference simulations of marine csem surveys using a correspondence principle for wave and diffusion fields fdtd simulation of marine csem surveys. *Geophysics*, **75**(1), F33–F50, doi:10.1190/1.3278525.
- Mittet, R., 2015, Seismic wave propagation concepts applied to the interpretation of marine controlled-source electromagnetics. *Geophysics*, **80**(2), E63–E81, doi:10.1190/geo2014-0215.1.
- Oristaglio, M.L. e Hohmann, G.W., 1984, Diffusion of electromagnetic fields into a two-dimensional earth: A finite-difference approach. *Geophysics*, **49**(7), 870–894, doi:10.1190/1.1441733.
- Plessix, R.E. e Mulder, W., 2008, Resistivity imaging with controlled-source electromagnetic data: Depth and data weighting. *Inverse problems*, **24**(3), 034012, doi:10.1088/0266-5611/24/3/034012.
- Roden, J.A., Gedney, S.D. et al., 2000, Convolutional pml (cpml): An efficient fdtd implementation of the cfs-pml for arbitrary media. *Microwave and optical technology letters*, **27**(5), 334–338, doi:10.1002/1098-2760(20001205)27:5<334::aid-mop14>3.0.co;2-a.
- Schild, S., 2009, Advanced material modeling in EM-FDTD. Tese de Doutorado, ETH Zurich.

- Støren, T., Zach, J. e Maaø, F., 2008, Gradient calculations for 3d inversion of csem data using a fast finite-difference time-domain modelling code. 70th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2008.
- Swift Jr, C.M., 1988, Fundamentals of the electromagnetic method. *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, Soc of Expl Geop,(1), 5–10, doi:10.1190/1.9781560802631.ch1.
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, **49**(8), 1259–1266, doi:10.1190/1.1441754.
- Um, Evan Schankee; Alumbaugh, D.L., 2007, On the physics of the marine controlled-source electromagnetic method. *The Leading Edge*, **72**, doi:10.1190/1.2432482.
- Wang, T. e Hohmann, G.W., 1993, A finite-difference, time-domain solution for three-dimensional electromagnetic modeling. *Geophysics*, **58**(6), 797–809, doi:10.1190/1.1443465.
- Yee, K., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, **14**(3), 302–307, doi:10.1109/tap.1966.1138693.
- Zach, J.J., Frenkel, M.A., Ostvedt-Ghazi, A.M., De Lugao, P. e Ridyard, D., 2009, Marine csem methods for 3d hydrocarbon field mapping and monitoring. 11th International Congress of the Brazilian Geophysical Society.

APÊNDICES

A– PSEUDOCÓDIGO DO GRADIENTE PARA INVERSÃO DE DADOS CSEM

Algorithm 1: Gradient for EM inversion.

```

input :  $N_s, N_r, \mathbf{x}_s(1 : N_s), \mathbf{x}_r(1 : N_r)$ 
input :  $N_\omega, E_i^o(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s), H_i^o(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s)$ 
input :  $N_1, N_2, N_3, o_1, o_2, o_3, d_1, d_2, d_3$ 
input :  $\sigma(1 : N_1, 1 : N_2, 1 : N_3)$ 
output:  $\phi, \nabla_\sigma \phi$ 

/* Initialization : */
 $\phi \leftarrow 0$ ;
 $\nabla_\sigma \phi \leftarrow \mathbf{0}$ ;
/* Loop over sources : */
for  $s \leftarrow 1$  to  $N_s$  do
    /* Forward EM modeling */
    /* compute:  $E_i(\omega, \mathbf{x}; \mathbf{x}_s), H_i(\omega, \mathbf{x}; \mathbf{x}_s)$  */
    /* extract:  $E_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s), H_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s)$  */
    /* compute:  $\Delta E_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s) \equiv E_i^o(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s) - E_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s)$  */
    /* compute:  $\Delta H_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s) \equiv H_i^o(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s) - H_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s)$  */
     $\phi \leftarrow \phi + \phi_s(\Delta E_i, \Delta H_i)$ 
    /* Adjoint EM modeling */
    /* compute adjoint source:  $J_i(t, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s) = \mathcal{F}^{-1}\{J_i(\Delta E_i(\omega, \mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s))\}$  */
    /* compute adjoint fields:  $\lambda_i^E(\omega, \mathbf{x}), \lambda_i^H(\omega, \mathbf{x})$  */
     $\nabla_\sigma \phi \leftarrow \nabla_\sigma \phi + \nabla_\sigma \phi_s(E_i, \lambda_i^E)$ 

```